

תרגיל 2 אינפי 3 תשעז

21 בנובמבר 2016

1. תהי פונקציה המוגדרת בתחום D ורציפה לפי המשתנה x , כלומר אם מקבעים את $y = y_0$ מקבלים פונקציה רציפה של משתנה אחד:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y_0) = f(x_0, y_0)$$

(א) נניח ש- f רציפה גם לפי y . האם f רציפה?

(ב) נניח ש- f מקיימת את תנאי ליפשיץ לפי y : קיים K עבורו:

$$|f(x, y_1) - f(x, y_2)| < K \cdot |y_1 - y_2|$$

האם f רציפה?

2. חשבו את הנגזרות החלקיות של הפונקציות הבאות (בכל נקודה בה הן מוגדרות):

$$f(x, y) = x^3 + 3y^2 - \frac{x}{y} \quad (\text{א})$$

$$f(x, y) = e^{\cos(xy)} \quad (\text{ב})$$

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{ג})$$

$$f(x, y, z) = \ln(x^3 + y^3 - z^3) \quad (\text{ד})$$

3. תזכורת - **משפט וירשטראס**: תהי פונקציה רציפה בקבוצה קומפקטית K , אזי f

מקבלת מינימום ומקסימום בקטע.

תהי $K \subseteq \mathbb{R}^2$ קבוצה קומפקטית עבורה לכל $(x, y) \in K$, $y \neq 0$. ונגדיר $f : K \rightarrow \mathbb{R}$

ע"י:

$$f(x, y) = x^2 + \sin^2\left(e^{\frac{x}{y}}\right)$$

הוכיחו כי קיים $a \in \mathbb{R}$ חיובי כך שלכל $(x, y) \in K$ מתקיים: $a \leq f(x, y)$.