

## תרגיל 1 – מבוא לאנליזה 1

1. נגדיר את **ההפרש** בין הקבוצות  $A$  ו- $B$  ע"י:

$$A \setminus B := \{x \in A : x \notin B\}$$

ואת **ההפרש הסימטרי** של הקבוצות  $A$  ו- $B$  ע"י:

$$A \Delta B := (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

חשבו את  $A \Delta B$  עבור  $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ ,  $B = \{2, 3, \{1, 2\}\}$ .

2. הוכיחו (באמצעות הכלה דו-כיוונית) כי הקבוצות הבאות שוות:

$$\{5n : n \in \mathbb{N}\} \cap \{7n : n \in \mathbb{N}\} = \{35n : n \in \mathbb{N}\} \quad (\text{א})$$

$$\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right) = \{0\} \quad (\text{ב})$$

3. עבור הקבוצות הבאות, מצאו מינימום ומקסימום, או הוכיחו שאינם קיימים:

$$\left\{\frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N}\right\} \quad (\text{א})$$

$$\left\{5 + \frac{2}{3n} : n \in \mathbb{N}\right\} \quad (\text{ב})$$

$$\{0 < x \in \mathbb{R} : 9^{2x^2} \leq 27\} \quad (\text{ג})$$

4. פתרו את המשוואות הבאות:

$$2^{x+1} + 2^{2-x} = 9 \quad (\text{א})$$

$$35 \cdot 3^{x-3} \cdot 2^{-x} = \left(\frac{9}{4}\right)^x + \frac{8}{27} \quad (\text{ב})$$

5. פתרו את אי-השוויונים הבאים:

$$\left|\frac{5x-3}{3x-4}\right| > 1 \quad (\text{א})$$

$$|x-1| + |x+3| \geq 10 \quad (\text{ב})$$

$$(x^2 + x + 1)^{x^2+x-2} < 1 \quad (\text{ג})$$

$$\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)^{x^2} > \left(x^2 + \frac{3}{4}\right)^{2x} \quad (\text{ד})$$

6. (א) יהיו  $x, y, z \in \mathbb{R}$  ו- $\varepsilon > 0$  כך ש- $|x-y| < \frac{\varepsilon}{2}$ ,  $|z-y| < \frac{\varepsilon}{2}$ . הוכיחו כי  $|x-z| < \varepsilon$ .

(ב) הוכיחו את אי-שוויון המשולש ההפוך: לכל  $a, b \in \mathbb{R}$  מתקיים  $||a| - |b|| \leq |a - b|$

---

<sup>1</sup>כאן הקבוצה באגף שמאל מוגדרת ע"י:  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right) := \{x \in \mathbb{R} : \forall n \in \mathbb{N} x \in \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)\}$