

1. הוכיחו או הפריכו:

- (א) אם $R(A,B;C,D) = R(A,B;C,D')$ אז $D=D'$.
 (ב) אם $R(A,B;C,D) = R(A,B';C',D)$ אז $B=B', C=C'$.
 (ג) אם $R(A,B;C,D) = R(A,B';C',D)$ אז $AB' / AC' = AB / AC$.
 (ד) אם $R(A,B;C,D)=1$ אז $C=D$.
 (ה) אם $R(A,B;C,D) = R(B,A;C,D)$ אז $A=B$ או $C=D$.

2. א) נסתכל על הספרה ב- R^3 , ז"א על קבוצת הנקודות:

$$S^2 = \{(x,y,z) \in R^3 : x^2+y^2+z^2=1\}$$

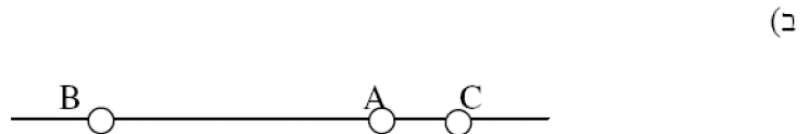
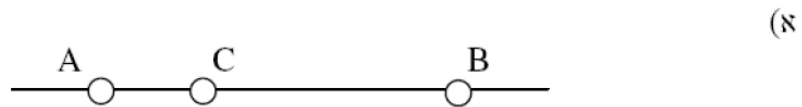
נגדיר יחס שקילות על S^2 :

$$(x,y,z) \sim (x',y',z') \Leftrightarrow (-x,-y,-z) = (x',y',z')$$

הוכיחו שיש מיפוי חז"ע ועל בין הנקודות ב- RP^2 לבין הנקודות במרחב המנה S^2/\sim .
 (למעשה מיפוי זה הוא הומיאומורפיזם).

ב) הכלילו את סעיף א) עבור המישור הפרויקטיבי ה- n מימדי: RP^n (ז"א – נסחו טענה מתאימה והוכיחו אותה).

3. בנו נקודה D על הקווים הבאים כך שהנקודות A,B,C,D יהיו הרמוניות (ז"א – העתיקו במדויק את הציורים הבאים לדף וציירו את הנקודה D בהתאם):



4. תהיינה A,B,C שלוש נקודות על ישר l ונקודה P שאינה על l . בשיעור ראיתם את הבניה הגיאומטרית של נקודה D על l כך שהרביעייה A,B,C,D היא הרמונית. תארו (וציירו) בניה דואלית של הנ"ל: התחילו עם שלישיית ישרים a,b,c קונקורנטיים בנקודה L ובנו ישר d שעובר דרך L כך שרביעייה a,b,c,d הרמונית (הוכיחו שאכן הרביעייה הרמונית).

5. (30 נקודות) יהי $R(A, B, C, D_k)$ היחס הכפול של נקודות על ישר מרוכב פרויקטיבי, כאשר $A = \infty$, $B = 0$, $C = 1$, נניח $D_k = e^{\frac{ik\pi}{6}}$, כאשר $k = 1, \dots, 6$.

א. מצא כל הערכים האפשריים השונים של היחס הכפול תחת כל התמורות של רביעיה (A, B, C, D_k) כאשר $k = 1$.

ב. מצא כל הערכים האפשריים השונים של היחס הכפול תחת כל התמורות של הרביעיה כאשר $k = 2$.

ג. תהי $f(k)$ מספר טוטאלי של ערכים שונים זה מזה של היחס הכפול תחת כל התמורות של הרביעיה (A, B, C, D_k) . חשב $f(k)$ כפונקציה מפורשת של האינדקס $k = 1, \dots, 6$.