

# תרגיל 13

## שאלה 1

גיה  $f \in L^1(\mathbb{R})$ , (שזכור):

$$f^*(x) := \sup_{r > 0} \frac{1}{|B(x,r)|} \int_{B(x,r)} |f(t)| dt$$

הראו כי  $\{f^* > a\}$  היא קבוצה סמוכה עם  $a$ .

## שאלה 2

גיה  $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה רציפה דלת השטח חסונה

$$g(x) := \text{Var}_{[a,x]}(f) \quad \text{הראו כי}$$

הינה פונקציה רציפה ז  $[a,b]$

## שאלה 3

גיה  $f$  פונקציה בעלת השטח חסונה בקטע  $[a,b]$ .

$$\int_a^b |f'(x)| dx \leq \text{Var}_{[a,b]}(f) \quad \text{הראו שהעקיים:}$$

וכן, ששוויון העקיים אולם  $f$  רציפה דלת.

## שאלה 4

גיה  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  מבינה  $\varphi$  ש  $m(A) > 0$ .

הראו שקיימת סדרת קוביות  $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R}^2$   $\varphi$  ש:

$$m(\mathbb{R}^2 - \bigcup_{n=1}^{\infty} (x_n + A)) = 0$$

(האסר:  $(x+A) = \{x+a \mid a \in A\}$ )

מנ: השתמשו במשפט הברבור של פולקו על מרחבים  $E_n$   $\varphi$  ש-

$$m(E_n \cap A) > (1 - \varepsilon_n) m(E_n)$$

ולכן  $n$ , רצפים אל  $\mathbb{R}^2$   $E_n$   $\varphi$  הסגור  $E_n$   $\dots$