

אלגברה מופשטת 1, תרגיל בית 3

מתרגלים: סולי וישקאוצין ואדם צ'פמן. להגשה ב 30.11 או ב 27.11 בהתאם לשיעור התרגיל.

(1) תהי חבורה אבלית G סופית כך שלכל איבר $g \in G$ השונה מאיבר היחידה מתקיים $g^2 \neq e$. חשבו את מכפלת כל האיברים ב G ,

$$\prod_{g \in G} g$$

כלומר

(2) הבא דוגמא לחבורה G ותת-חבורות H, K כך ש $H \cup K$ לא תת-חבורה של G .

(3) הוכח ש אם G אבלית אז $G_n = \{g \in G : g^n = e\}$ היא תת חבורה שלה.

(4) הוכיחו כי אם לחבורה G קיימות שתי תת-חבורות H, K כך ש $H \cup K = G$ אזי או $H = G$ או $K = G$. [הדרכה: הניחו בשלילה כי מתקיים $H \cup K = G$ עבור $H, K \neq G$. הסבירו מדוע קיימים זוג

איברים $a \in H, b \in K$ כך ש $a \notin K, b \notin H$. הביטו באיבר $a \cdot b$]

(5) תנו דוגמא לחבורה G שיש לה 3 תת-חבורות לא טריוויאליות

A, B, C המקיימות $G = A \cup B \cup C$. [רמז: נסו $G = Z_2 \times Z_2$]