

תרגיל 1 מד"ר סמסטר קיץ תשע"ו

6 ביולי 2016

1. מצאו את הפתרונות הכלליים של המשוואות הבאות:

$$y' = \frac{y}{x} \quad (\text{א})$$

$$y' = -\frac{x}{y} \quad (\text{ב})$$

$$y' = (x+1)y \quad (\text{ג})$$

$$y' = xe^{x+y} \quad (\text{ד})$$

2. מצאו את הפתרונות הכלליים של המשוואות הבאות:

$$y' = \frac{y}{x} + 1 \quad (\text{א})$$

$$y' + xy - x^2 = 0 \quad (\text{ב})$$

$$y' + \frac{y}{x} = 6x^2 \quad (\text{ג})$$

3. מצאו את הפתרונות הפרטיים של המשוואות הבאות, המקיימים $y(0) = 0$:

$$y' \cos x - y \sin x = 1 \quad (\text{א})$$

$$y' - 2y = e^{3x} \quad (\text{ב})$$

4. חומר כימי מסוים מיוצר בקצב קבוע, אך מתפרק בקצב פרופורציונלי לכמות החומר הקיים. נסמן את כמות החומר בזמן t ב- $C(t)$ באנגלית). כמות החומר מקיימת את המשוואה:

$$\frac{dC}{dt} = a - bC$$

כאשר $a, b > 0$.

(א) מצאו את פתרון המשוואה, בתנאי $C(0) = K$ ($K \geq 0$).

(ב) הוכיחו שלכל K מתקיים:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = \frac{a}{b}$$

5. מספר העכברים בשדות של אירוסים גדל בקצב קבוע, אך בכל יום מספר קבוע של עכברים נטרפים. נסמן את מספר העכברים ב- $M(t)$ (באנגלית: *Mispar*). נניח שהפונקציה M מקיימת את המשוואה:

$$\frac{dM}{dt} = rM - s$$

כאשר $r, s > 0$.

(א) הוכיחו שאם $M(0) < \frac{s}{r}$, בשלב מסוים כל העכברים יחוסלו.

(ב) הוכיחו שאם $M(0) > \frac{s}{r}$, נקבל:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} M(t) = \infty$$

האם המשוואה אכן מתארת נאמנה את מצב העכברים?