

מבחן בקורס מכינה למתמטיקה לקראת שנת תשע"ט

מרצה: דר' ארז שיינר. תאריך: 07/09/18

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה (=)

1. נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x & x > 1 \\ |x| & -1 < x \leq 1 \\ -x & x \leq -1 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $f(x^2) + f(x^2 - 2) \geq x^2$

2. מצאו את כל הפתרונות למשוואה $z^6 = (1+i)^2$

3. מצאו משוואת מישור העובר בנקודות $(1,0,1), (1,1,0)$ ולא עובר בנקודה $(1,1,1)$.

4. הוכיחו באינדוקציה כי לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

5. פתרו את האינטגרל $\int x^3 e^{(x^2)} dx$

6. הגדרה: שני וקטורים במרחב $v, u \in \mathbb{R}^3$ נקראים בת"ל אם

$$\forall a \in \mathbb{R} \forall b \in \mathbb{R} : (av + bu = (0, 0, 0)) \rightarrow (a = 0 \wedge b = 0)$$

א. נסחו תנאי השקול לכך ששני הוקטורים $v, u \in \mathbb{R}^3$ אינם בת"ל.

ב. קבעו והוכיחו לגבי כל אחד מהזוגות הבאים אם הם בת"ל או לא:

$$(1, 0, 2), (0, 0, 0) \quad , \quad (1, 1, -1), (-1, -1, 1) \quad , \quad (1, 2, 3), (0, 1, 2)$$

7. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים אם $A \in B$ וגם $B \subseteq C$ אזי $C \setminus A \neq C$.

ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $A = B \Leftrightarrow B \setminus (A \setminus B) = A \setminus (B \setminus A)$.