

עבור קבוצת הפתרונות ב- \mathbb{R}^3 של המשוואות הבאות, קיבעו מי הם המשטחים הריבועיים (או המקרים המנוונים) המתקבלים:

$$1. \quad x^2 + y^2 + z^2 + 2xz + 2y - 3 = 0$$

פתרון: הגורם המעורב היחיד הוא xz לכן נלכסן את המטריצה 2 על 2 המתאימה. (אין צורך למצוא מטריצה מלכסנת) לאחר השלמה לריבוע ושינוי קואורדינטות נקבל $y^2 + 2z^2 - 4 = 0$ כלומר זהו המקרה המנוון גליל.

$$2. \quad \frac{2}{5}x^2 - x + \frac{3}{5}y^2 + y + 5z^2 + z = 0$$

פתרון: כבר אלכסוני. לאחר השלמות לריבוע ושינוי קואורדינטות נקבל $\frac{2}{5}x^2 + \frac{3}{5}y^2 + 5z^2 - \frac{131}{120} = 0$ כלומר זהו אליפסואיד.

$$3. \quad x^2 + y^2 + 6z^2 - 2x - 4y + 6 = 0$$

פתרון: כבר אלכסוני. לאחר השלמות לריבוע ושינוי קואורדינטות נקבל $x^2 + y^2 + 6z^2 + 1 = 0$ כלומר קיבלנו מקרה מנוון - קבוצה ריקה.

$$4. \quad 2x^2 - 3y^2 - 6y - 6z - z^2 = 0$$

פתרון: כבר אלכסוני. לאחר השלמות לריבוע ושינוי קואורדינטות נקבל $2x^2 - 3y^2 - z^2 + 12 = 0$ כלומר $2x^2 = 3y^2 + z^2 - 12$ כלומר היפרבולואיד חד-יריעתי.

$$5. \quad 5x^2 + 5z^2 + 12xy - 9z + \frac{101}{20} = 0$$

פתרון: אחרי לכסון והשלמה לריבוע: $4x^2 = 5y^2 + 9z^2 + 1$ כלומר היפרבולואיד דו-יריעתי.

$$6. \quad 32x^2 + 16xy + 2y^2 + 2z^2 - 17x + 2 = 0$$

פתרון: אחרי לכסון והשלמה לריבוע (צריך למצוא מטריצה מלכסנת): $2y^2 + 34z^2 + \sqrt{17}x = 0$ כלומר $\sqrt{17}x = -2y^2 - 34z^2$ כלומר זה פרבולואיד אליפטי.

$$7. \quad 168x^2 + 192xz + 24z^2 + 144y^2 + 168y + 49 = 0$$

פתרון: אחרי לכסון והשלמה לריבוע: $-24x^2 + 144y^2 + 216z^2 = 0$, כלומר המקרה המנוון חרוט.

$$8. \quad 4x^2 + 4xz - 3y^2 + z^2 + 15x - 12y - 3 = 0$$

פתרון: אחרי לכסון והשלמה לריבוע (צריך למצוא מטריצה מלכסנת): $-3x^2+5z^2-3\sqrt{5}y=0$ כלומר $3\sqrt{5}y=-3x^2+5z^2$ כלומר זה פרבולואיד היפרבולי.

$$25x^2+60yz-25z^2+60x+36=0 \quad 9$$

פתרון: אחרי לכסון והשלמה לריבוע: $-45x^2+20y^2+25z^2=0$ כלומר מתקבל המקרה המנוון חרוט.

$$16x^2+8xy+y^2+z^2-256z=0 \quad 10$$

פתרון: אחרי לכסון והשלמה לריבוע: $y^2+17z^2-16384=0$ כלומר זהו המקרה המנוון צילינדר.