

סדרה חשבונית

מתמטיקה תיכונית 1

אפי כהן אחמד סלימאן

תרגיל בית 4

.1

סדרות:

- נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא a_1 (שונה מאפס), והפרש הסדרה הוא d .
- בונים סדרה חדשה שגם בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה החדשה גדול פי 4 מהאיבר הראשון בסדרה הנתונה, והפרש הסדרה החדשה גם הוא d .
- סכום הסדרה החדשה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
- א. בטא את a_1 באמצעות d ו- n .
- ב. אם מגדילים את הפרש הסדרה הנתונה ב-3 (כלי לשנות את a_1 ואת n), מקבלים סדרה חשבונית שסכומה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה. הראה כי הפרש הסדרה הנתונה הוא 2.

2.

a_n ו- a_k הם שני איברים בסדרה חשבונית במקום ה- n ובמקום ה- k בהתאמה.

הפרש הסדרה הוא d , והאיבר הראשון בסדרה הוא $a_1 = md$,

m – מספר טבעי, $d \neq 0$.

א. (1) הראה כי מתקיים $a_n + a_k = a_1 + d(n + k + m - 2)$

(2) הבע באמצעות n , k ו- m את המקום בסדרה של איבר השווה לסכום של

שני האיברים a_n ו- a_k .

ב. (1) הבע באמצעות a_1 , d ו- m את הסכום $a_{34} + a_{65}$.

(2) נתון: $a_{34} + a_{65} = a_{109}$,

סכום 79 האיברים הראשונים בסדרה הוא 7900.

מצא את d ואת a_1 .

3.

מתמטיקה, קיץ תשע"ו, מס' 035806, 316 + נספח

נתונה סדרה חשבונית a_n המקיימת: $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$.

א. מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

הסדרה S_n היא סדרת הסכומים החלקיים של הסדרה a_n : S_1, S_2, S_3, \dots

נתון כי $S_n = n \cdot a_n$ לכל n טבעי.

ב. הראה כי הפרש הסדרה a_n הוא 0.

ג. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את a_1 .

נתונה סדרה b_n המקיימת את הכלל: $b_{n+1} - b_n = a_n + S_n$ לכל n טבעי.

ד. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את הסכום

$$(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$$

4.

א. נתונה סדרה חשבונית שבה $a_1 = 1$ ו- $d = 2$.

S_n הוא סכום n האיברים הראשונים של הסדרה.

הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n - 1}$$

ב. נתונה סדרה המקיימת לכל n טבעי:

$$b_{19} + b_{20} = 4.5, \quad b_{19} > 2$$

$$b_{n+2} = b_n$$

מצא את b_{10} .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5.

נתונה סדרה חשבונית a_1, a_2, a_3, \dots

שלושה איברים עוקבים מקיימים:

$$a_{n+2}^2 - a_n^2 = 216$$

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 54$$

א) מצא את האיבר a_n .

ב) לקחו חלק מהאיברים בסדרה נתונה ובנו סדרה חשבונית חדשה

$$a_5 \cdot a_9 \cdot a_{13} \cdot \dots \cdot a_{4k+1}$$

סכום האיברים של הסדרה החדשה 450.

האיבר הראשון בסדרה המקורית הוא -21.

מצא את הערך של k .