

דף תרגילים 1

1. עבור התבניות הריבועיות הבאות:

$$Q(X) = 3x_1^2 - 7x_2^2 \quad \text{I}$$

$$Q(X) = -5x_2^2 \quad \text{II}$$

$$Q(X) = 3x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 \quad \text{III}$$

$$Q(X) = 2x_1^2 + 10x_1x_2 + 2x_2^2 \quad \text{IV}$$

$$Q(X) = x_1^2 - 6x_1x_2 + 9x_2^2 \quad \text{V}$$

- א. הציגו את התבנית הריבועית באמצעות מטריצה A
ב. מצאו את הערכים העצמיים והווקטורים העצמיים של המטריצה A
שרטטו את תמונה מעגל היחידה S^1 תחת ההעתקה הלינארית T המוגדרת על ידי:
 $(T(X) = Y) \quad y^i = a_j^i x^j$
ג. לכסנו אורתוגונלית את המטריצה A
ד. השתמשו בהחלפת משתנים והפוך את התבנית הריבועית לתבנית ריבועית סטנדרטית (כלומר ללא מחוברים עם הביטוי $x \cdot y$)
ה. שרטטו סקיצה של גרף התבנית הריבועית ב R^3 , וציינו מהו חתך החרוט המתאים לתבנית זו.

2. מהו הערך הגבוה ביותר שמקבלת התבנית הריבועית $5x_1^2 - 2x_2^2$ עבור $X \in R^2$ שמקיים $X^T X = 1$

3. מצאו את הערך המקסימלי של $Q(X) = 7x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2$ עבור $X \in R^2$ הנתון לאילוף

$$\|X\| = 1$$

4. תהיי A מטריצה שמייצגת את ההעתקה הלינארית $T : R^2 \rightarrow R^2$ שמשקפת נקודות ביחס לישר $y = mx$ העובר בראשית

א. הביעו את הווקטורים העצמיים באורך יחידה, ואת הערכים העצמיים באמצעות

m

ב. הביעו את A באמצעות m

ג. סווגו את העקומה הריבועית שהיא קבוצת הפתרונות של $X^T A X = 1$ עבור

$X \in R^2$. ענו על הסעיף כאשר $m > 0$ וכאשר $m < 0$

5. יהיו $a = (2, 3, -1)$ $b = (0, 4, 0.5)$ $c = (6, 1, -4)$

I. חשבו את הזווית בין a ו b

II. חשבו את שטח של המקבילית הנוצרת ע"י c ו b

III. הראו ש a, b, c נמצאים באותו המישור