

# תרגיל 11

להגשה עד 13.1.16

## שאלה 1

תהי  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה המקיימת  $g(x) = g(x+1)$  לכל  $x \in \mathbb{R}$ , ובנוסף:

$$\int_0^1 g(x) dx < \infty$$

נגדיר:

$$f(x) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g(nx)}{n^2}$$

הראו ש  $f$  סופית כב"מ.

## שאלה 2

יהיו  $p, q$  כך ש:  $1 \leq q \leq \infty$  ו-  $p^{-1} + q^{-1} = 1$ . תהי  $k \in L^q(m)$  לכל  $f \in L^p(m)$  ו-  $x \in \mathbb{R}$ , תהי:

$$Kf(x) := \int_{\mathbb{R}} k(x-t)f(t) dt$$

ניתן להראות כי  $Kf$  מדידת לבג. (אינכם נדרשים להראות, התייחסו לזה כנתון). הוכיחו:

1.  $Kf \in L^\infty(m)$ .

2.  $\|Kf\|_\infty \leq \|k\|_q \|f\|_p$ .

## שאלה 3

נגדיר  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  באופן הבא:

$$F(x) := \begin{cases} x-1 & x < 1 \\ \ln 10 & 1 \leq x < 3 \\ \ln(x+7) & 3 \leq x \end{cases}$$

חשבו את אינטגרל סטילטס  $\int_A x dF(x)$  עבור:

1.  $A = (-20, -2)$

2.  $A = (0, 1]$

3.  $A = [2, 7]$

בהנאה (: