לינארית 2 - מטלה 2 - מטריצה מייצגת העתקה

תאריך הגשה: 14.3.2018

הנחיות:
יש לעלות למודל את קובץ התרגיל בפורמט PDF ברור וקריא!

תרגיל 1. [15 נקודות] תהי $T:\mathbb{R}_2[x]\to\mathbb{R}^2$ המוגדרת על ידי

$$T\left(a+bx+cx^2\right)=\left(\begin{array}{c} a \\ a+b+c \end{array}\right)$$

מצאו את $[T]_{B_2}^{B_1}$ עבור

$$B_1=\left\{1,1+x,1+x+x^2\right\}$$

ו-

$$B_2=\left\{\left(\begin{array}{c}1\\0\end{array}\right),\left(\begin{array}{c}1\\1\end{array}\right)\right\}$$

וודא שהשיוון $[T(v)]_{B_2}=[T]_{B_2}^{B_1}[v]_{B_1}$ מתקיים עבור $v=2+x+x^2$

תרגיל 2. [15 נקודות] תהי $T:\mathbb{R}^{2\times 2}\to\mathbb{R}_2[x]$ המוגדרת על ידי

$$T\left(\left(\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array}\right)\right)=a+c+(b-d)\,x+(c+2a)\,x^2$$

מצאו את $[T]_{B_2}^{B_1}$ עבור

$$B_1=\left\{\left(\begin{array}{cc}1&1\\1&1\end{array}\right),\left(\begin{array}{cc}1&0\\0&1\end{array}\right),\left(\begin{array}{cc}1&0\\0&-1\end{array}\right),\left(\begin{array}{cc}0&0\\1&0\end{array}\right)\right\}$$

ו-

$$B_2=\left\{1,1+x,1+x+x^2\right\}$$

וודא שהשיוון $[T(v)]_{B_2}=[T]_{B_2}^{B_1}[v]_{B_1}$ מתקיים עבור $v=\left(\begin{array}{cc}2&1\\1&0\end{array}\right)$

תרגיל 3. [25 נקודות] תהי $T:\mathbb{R}_n[x]\to\mathbb{R}_n[x]$ המוגדרת על ידי

$$T(p(x))=\frac{dp}{dx}(x)$$

כלומר T מחזירה את הנגזרת של הפולינום. מצאו את $[T]_B^B$,$[T^n]_B^B$ עבור

$$B=\left\{1,x,x^2,\ldots x^n\right\}$$

תרגיל 4. [30 נקודות] הוכיחו את הסעיפים הבאים

1. יהיו $T:\underset{E}{V}\to\underset{F}{W},S:\underset{F}{W}\to\underset{H}{U}$ העתקות לינארית אז

$$[S\circ T]_H^E=[S]_H^F[T]_F^E$$

.

2. תהי $T:V\to V$ העתקה לינארית הפיכה ו-B_1,B_2 בסיסים ל-V הוכח שמתקיים

$$\left[T^{-1}\right]_{B_2}^{B_1}=\left([T]_{B_1}^{B_2}\right)^{-1}$$

3. תהי $T:V\to V$ העתקה לינארית ו-B,C בסיסים ל-V הוכח שמתקיים

$$\det\left([T]_B^B\right)=\det\left([T]_C^C\right)$$

תרגיל 5. [15 נקודות] תהיו $S,T:V\to W$ העתקות לינאריות, ו-$\{v_1,\ldots,v_n\}$ בסיס ל-V. נתון ש-

$$\forall i:\ T\left(v_i\right)=S\left(v_i\right)$$

הוכח ש-$T=S$.

בהצלחה!!