

תרגיל 6 אינפי 3 תשע"ז

19 בדצמבר 2016

1. האם קיימת סביבה בה המשוואה $\sin x + \sinh y + 1 = 0$ מגדירה את y כפונקציה

סתומה של x , $y = f(x)$?

2. הוכיחו שהמשוואות הבאות מגדירות את z כפונקציה של המשתנים x, y בסביבת

הנקודה $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0)$, וחשבו את הנגזרות z_x, z_y בנקודה:

(א) $F(x, y, z) = y^2 + xy + z^2 - e^z - 4 = 0$ בסביבת $(0, e, 2)$. חשבו גם את

z_{yy} .

(ב) $F(x, y, z) = xz + y \ln z + x^2 = 0$ בסביבת $(-2, 0, 2)$. חשבו גם את z_{xy} .

3. נתונה המשוואה:

$$\sqrt{x^2 + y^5 + \cos z - 1} - 1 - z^4 = 0$$

האם המשוואה מגדירה את z כפונקציה של x, y בסביבת הנקודה $(-1, 0, 0)$? את y

כפונקציה של x, z ? את x כפונקציה של y, z ?

שימו לב! אם תנאי משפט הפונקציה הסתומה מתקיימים עבור משתנה מסוים בסביבת

נקודה, אז המשתנה מוגדר כפונקציה של האחרים בסביבת הנקודה. אם הם לא

מתקיימים זה לא אומר שהוא לא מוגדר כפונקציה (אם אפשר לחלץ אותו מהמשוואה

כפונקציה של האחרים סימן שהוא אכן מוגדר כפונקציה של האחרים).

4. תהי $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה המוגדרת על ידי: $f(x, y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2} \right)$. הוכיחו

ש- f הפיכה בסביבת כל נקודה פרט לראשית $(0, 0)$ וחשבו את f^{-1} .

5. תהי $f(x, y) = (x^3 - y^2, \sin x - \ln y)$ בתחום $y > 0$.

(א) הוכיחו ש- f הפיכה בסביבת הנקודה $(0, 1)$.

(ב) מצאו את $J_{f^{-1}}(-1, 0)$.

6. נגדיר פונקציה:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

הוכיחו כי f אינה חח"ע בכל קטע פתוח המכיל את 0.

הדרכה: הוכיחו כי לכל $k \in \mathbb{N}$ מתקיים:

$$f\left(\frac{2}{(4k+1)\pi}\right) > f\left(\frac{2}{(4k+3)\pi}\right)$$

$$f\left(\frac{2}{(4k+4)\pi}\right) > f\left(\frac{2}{(4k+3)\pi}\right)$$

איזה תנאי של משפט הפונקציה ההפוכה אינו מתקיים?