

תרגיל 8

שאלה 1. הסבירו מדוע המשוואה $(-1 + \sqrt{7})(1 + \sqrt{7}) = 2 \cdot 3 = 6$ לא סותרת את העובדה ש- $\mathcal{O}_7 = \mathbb{Z}[\sqrt{7}]$ הוא תחום פריקות יחידה.

שאלה 2. הוכיחו ש- \mathcal{O}_{-6} אינו תחום פריקות יחידה.

שאלה 3. יהי F שדה. הוכיחו שחוג המנה $\langle xy - z^2 \rangle / F[x, y, z]$ אינו תחום פריקות יחידה.

שאלה 4. האם $7 \in \mathbb{Z}[i]$ הוא ראשוני?

האם $5 \in \mathbb{Z}[i]$ הוא ראשוני?

שאלה 5. יהי R תחום פריקות יחידה. נגדיר לכל $a \in R \setminus \{0\}$ את $\mu(a)$ להיות מספר הגורמים האי פריקים בפירוק של a ב- R . זה מוגדר היטב מפני ש- R הוא תחום פריקות יחידה.

יהיו $a, b \in R \setminus \{0\}$ לא הפיכים, כך ש- $a|b$. הוכיחו $\mu(a) \leq \mu(b)$ ושיש שיויון אם ורק אם $a \sim b$.