

**הוראות לנבחנים ולנבחנות (נכתבו בלשון זכר אך נועדו לשני המינים)
לפני התחלת הבחינה מלא את כל הפרטים הבאים בכתב ברור וקרא בעיון את ההוראות:**

1. הכך נדרש לשמור על טוהר הבחינה ועל עבודה עצמית ולהישמע להוראות המשיגים ולנהלי האוניברסיטה. אין להעתיק, אין לדבר ואין להעביר חומר בין הנבחנים.

נבחן הנוהג בניכוד להוראות צפוי להפסקת בחינתו ולהעמדה לדין משמעתי.

2. על הנבחן להבחן בחדר שבו הוא רשום.

3. אין להחזיק טלפונים ניידים או אמצעי תקשורת ומכשירים אלקטרוניים כלשהם בזמן הבחינה. על הנבחן להניח את כל חפציו האישיים בצד החדר הרחק ממקום מושבו.

4. אין להחזיק בהישג יד, בחדר הבחינה או בסמוך לו, כל חומר הקשור לבחינה או לקורס פרט לחומר שהשימוש בו הותר בכתב על ידי המורה.

5. קריאת השאלון מותרת רק לאחר קבלת רשות מהמשיג.

6. נבחן לא יעזוב את מקומו ולא את חדר הבחינה בטרם סיים את הבחינה ללא קבלת רשות מהמשיג. בעת יציאה מן החדר, יפקיד הנבחן את מחברות הבחינה והשאלון (טופס הבחינה) בידי המשיג.

7. נבחן שנכנס לחדר הבחינה וקיבל את השאלון לידיו, לא יחזיר אותו ולא יעזוב אותו אלא כעבור חצי שעה לפחות ממועד תחילתה ורק לאחר שיחזיר למשיג את המחברת ואת השאלון, ויקבל ממנו את התעודה המזהה שאותה מסר עם כניסתו לכיתה. נבחן שהחליט לעזוב בלי לכתוב את הבחינה יחשב כמי שנבחן במועד זה וציונו יהיה "ס".

8. אין לכתוב את השם או כל פרט מזהה אחר בתוך המחברת. פרטי הנבחן ימולאו על כריכת המחברת במקום המיועד לכך בלבד.

9. אין לתלוש דפים מהמחברת. טיוטה תיכתב בתוך המחברת בלבד. אין להשתמש בדפים שהביא הנבחן.

10. יש לכתוב את התשובות בעט כחול או שחור, בכתב יד ברור ונקי. בתום הבחינה יחזיר הנבחן את המחברת והשאלון ויקבל מיד המשיג את התעודה המזהה.

11. אין לכתוב מעבר לקו האדום משני צידי הדף.

תאריך הבחינה 1/4/08
שם הקורס איינשטיין ביס' אים
שם המורה ד"ר אילן
החוג/המגמה חשמל-ביס' אים

מס' זיהוי
(העתק מכרטיס הנבחן/התלמיד)
[Redacted]



1	15
2	20
3	20
4	20
5	20
6	0



לשימוש המורה הבוחן:

הציון 95
המחברת נבדקה ביום 10/4/08
חתימת המורה [Signature]

121969

10⁵⁴ - 10⁵⁴

בהצלחה.

15/10
 (1) הפקציה f יציבה בקטע $x = x_0$ או קטע סגור

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \quad \checkmark \quad (3/3)$$

$$f(x) = x + x^2 \sin \frac{1}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

אם כי היציבה היחסית
 נכונה

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(x + x^2 \sin \frac{1}{x^3} \right)$$

←
 כלומר

$$\ominus \leftarrow \lim_{x \rightarrow 0} (x + x^2 \cdot 1) < \lim_{x \rightarrow 0} (x + x^2 \sin \frac{1}{x^3}) \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (x + x^2) \rightarrow \ominus$$

כלומר הפונקציה היא פונקציה רציפה

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

אם כי הפונקציה היא פונקציה רציפה

$$f(x) = \begin{cases} x + x^2 \sin \frac{1}{x^3} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad \checkmark \quad (6/6)$$

~~הפונקציה היא פונקציה רציפה~~

הצורה - הפונקציה היא פונקציה רציפה
 הפונקציה היא פונקציה רציפה
 הפונקציה היא פונקציה רציפה

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 2x \sin \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2} \cos \frac{1}{x^3} \right) =$$

הקורה $x=0$ הנמצאת מאותו הסוג $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ קורה
 שם זה קורה קצת הקורה ורק כן נכון

~~$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$$~~

$$f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$$

כל מה שיש
 או מוכר לה זה חסר
 כי הוסיף לו חסר

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 2x \sin \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2} \cos \frac{1}{x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 0 - \frac{3}{x^2} \cos \frac{1}{x^3} \right) =$$

$$= -\infty$$

\Downarrow
 $X=0$ f אינה מסוגת X (15)

$f > 0$ מסוגת חזית $x > 0$

אין $f(x) = -f(x)$ מסוגת $x < 0$

רק f מסוגת $x=0$

ה(11)C

2

10

$$\sum (-1)^n \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3} = \sum (-1)^n a_n$$

~~האם יש להניח שהסדרה מתכנסת? האם יש להניח שהסדרה מתכנסת?~~

~~האם יש להניח שהסדרה מתכנסת?~~

(בדרך הוסיף את המונחים)

$$|a_n| = \left| (-1)^n \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3} \right|$$

$$e^{-\ln x} \cos(1+\ln x) \quad \cos \left[e^{\ln(1+\ln x)^x} \right] =$$

$$\frac{\cos(1+\ln x)}{x} \quad \cos \left[e^{x \ln(1+\ln x)} \right]$$

$$x \ln \cos(1+\ln x) \quad x \ln(1+\ln x)$$

$$\frac{\ln \cos(1+\ln x)}{\frac{1}{x}} \quad \frac{\ln(1+\ln x)}{\frac{1}{x}}$$

$$\frac{\frac{1}{1+\ln x} - \frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} =$$

$$\frac{1}{x(1+\ln x)} - x^2 = -\frac{x}{(1+\ln x)}$$

$$\frac{-1}{x} = -\frac{1}{x} = 0$$

cos(e)

2

7(76)

$$\sum (-1)^n \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3}$$

11. (בבקשה) אם הורו את מספרים (בהתאם) של a_n ו- b_n (על ידי)

~~$$\sum |(-1)^n \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3}| = \sum \left| \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3} \right| =$$~~

~~$$\sum \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3} < \sum \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3} = \sum \frac{3n}{n^3+5n^2+3}$$~~

היא אכן הולכת
ל-0 (לפי) - (לפי) $\frac{1}{n^3}$

~~$$\sum |(-1)^n \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3}| =$$~~

~~$$\sum \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3}$$~~

(לפי) $\frac{1}{n^3}$ (לפי) $\frac{1}{n^3}$ (לפי) $\frac{1}{n^3}$

~~$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{n^3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3} \cdot \frac{n^3}{1} =$$~~

~~$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$~~

3

20/20

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cos(1 + \ln x)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\ln \cos(1 + \ln x)^x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} e^{x \ln \cos(1 + \ln x)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \cos(1 + \ln x)}$$

גורם קבוע
לגורם משתנה

~~$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \cos(1 + \ln x)$$~~

10 $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos[(1 + \ln x)^x] = \lim_{x \rightarrow \infty} \cos[e^{\ln(1 + \ln x)^x}] =$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \cos[e^{x \ln(1 + \ln x)}] = \lim_{x \rightarrow \infty} \cos[e^{\frac{\ln x \cdot \ln(1 + \ln x)}{1/x}}]$$

11

~~$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow \infty} g(x))$$~~

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln(1 + \ln x) = \infty \cdot \infty = \infty$$

~~$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + \ln x)}{1/x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1/(1 + \ln x)}{-1/x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{1 + \ln x}$$~~

~~$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{1 + \ln x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{1/x} = \lim_{x \rightarrow \infty} -2x^2 = -\infty$$~~

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cos[e^\infty] = \cos \infty$$

~~$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cos[e^\infty] = \cos(\infty)$$~~

3
2

$$\int_1^{\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 2e^x + 1} dx = \int_{e^1}^{\infty} \frac{dt}{e(t+1)^2} = \int_{e^1}^{\infty} \frac{dt}{(t+1)^2} =$$

$\frac{e^x}{t}$
 $\frac{dt}{dx} = e^x$
 $dt = e^x dx$
 $e^x = t$
 $\frac{dt}{dx} = e^x$
 $dt = e^x dx$

:אשר נשקף נקודת
 $t = e^1 = e$
 ~~$t = e^x$~~
 $t = \ln e^x = x$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \int_e^x \frac{dt}{(t+1)^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{(t+1)^{-1}}{-1} \right]_e^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{t+1} \right]_e^x =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{x+1} - \left(-\frac{1}{e+1} \right) \right] = 0 + \frac{1}{e+1} = \frac{1}{e+1} \quad \checkmark (x/2)$$

4

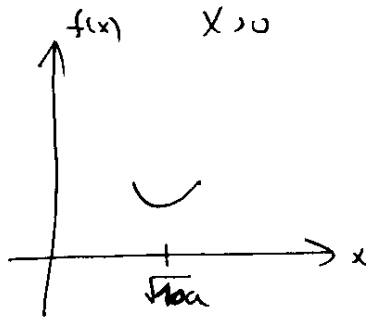
	0	1	2	3	4	5	6
$x=0$ $\sin x$ $\cos x$ $\sin x$ $\cos x$ $\sin x$ $\cos x$ $\sin x$	0	1	0	-1	0	1	0
$x \rightarrow \infty$	0	1	0	-1	0	1	0
$\frac{1}{n!}$	0	$\frac{1}{1!}$	0	$-\frac{1}{3!}$	0	$\frac{1}{5!}$	0

~~$\sin x$~~
 $\sin(x) \approx p(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$

$$f''(x) = \frac{6x}{50} = \frac{x}{50}$$

$$f''(\sqrt{20a}) = \frac{\sqrt{20a}}{50} > 0 \quad \text{min} \quad \checkmark \quad (10/10)$$

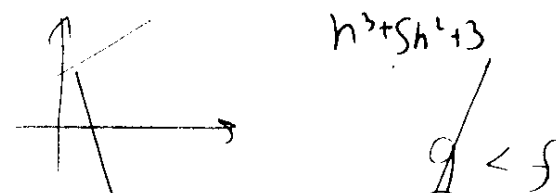
~~$$f''(-\sqrt{20a}) = -\frac{\sqrt{20a}}{50} < 0 \quad \text{max}$$~~



הנקודה רדובה מוגדרת
 גם הכיתה טכא (מקום)
 חוויה ומתקין מינימום
 כפרו $x = \sqrt{20a}$
 ↓
 כדאי עקור את גזרה
 למיין $\sqrt{20a}$ אמרכס הציור.

5

$$\frac{2n+1}{n^2+5n^2+3} = \text{?}'C$$



\int_p^{∞}

$$f(x) > 0$$

$$g(x) = \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

$$0 < |f(x)| < \epsilon$$

$x > M$ ו' x

$x > \delta$

$$0 < \frac{f(x) - g(x)}{h} < \epsilon$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2n+1}{n^2+5n^2+3} g' < \frac{g' f n'}{n^2+5n^2+3} + \frac{1}{n^2+5n^2+3}$$

$$\frac{3h^4 \frac{f(x+h) - f(x)}{h}}{n^2+5n^2+3} - \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

$$\frac{3h^4}{n^2+5n^2+3} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} - \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

$$\frac{3h}{n^2+5n^2+3}$$

$$\frac{A_n}{n^2+5n^2+3} \leftarrow f - g$$

$$h^3(x) > 0$$

$$h^3(x) > 5n^2 + 3$$

$$g(x) - f(x) = f(x + \frac{1}{3})$$

$$g(0) = A - f(\frac{1}{3})$$

$$g(1) = A - f(\frac{1}{3})$$

5

20/20

האם זה נכון? (כמה) רוצה שיהיה סימון

$$f = 0$$

$$g = -\frac{1}{x}$$

ברור כי $f > g$ עבור $x > 0$

(6/6) ✓

$$f' = 0$$

$$g' = \frac{1}{x^2}$$

ברור כי $f' > g'$ עבור $x > 0$ (אם כי היחס אינו נכון)

האם נכונה?

$$h = f - g$$

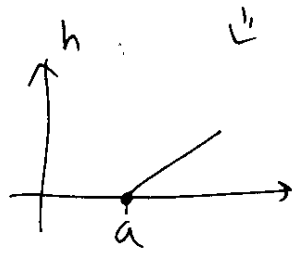
(אם כי נכון)

(x/x) (עבור הנוסחה) ✓

$$h' = f' - g' > 0$$

$$h(a) = f(a) - g(a) = 0$$

היחס מהנקודה $x = a$
 h הוא חיובי ולכן
 $h = f - g > 0$
 ולכן $f > g$



טבל או בהתקשרת 2

2

האר ידנו אר חוקי אר כן קם

8 באר פרגר n=4

$$\sum_{n=1}^4 \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} = 1.42 > 1\frac{1}{3} \quad \checkmark \quad (66)$$

פטר איכתי האר כן לאו אר עכנו (מסופ ~~פטר~~ פאר חוקי)

$$\sum_{n=1}^8 \frac{1}{n^2} > 1\frac{1}{3}$$

~~1/1~~ ~~1/2~~ ~~1/3~~ ~~1/4~~ ~~1/5~~ ~~1/6~~ ~~1/7~~ ~~1/8~~

~~1/1~~ ~~1/4~~ ~~1/9~~

3

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} < 1 + \int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx \quad \checkmark$$

מסופ כחוקי אנו כחוקי אר אר כחוקי פנים
 מסופ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} < 1 + \int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx$ קינתי פקוק אר

\checkmark $\left(\frac{1}{x}\right)$

n > 1, x > 1

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx = \int_1^{\infty} x^{-3} dx = \left[\frac{x^{-2}}{-2} \right]_1^{\infty} = \left[-\frac{1}{2x^2} \right]_1^{\infty} = 0 + \frac{1}{2}$$

1 < $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ μ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} < 1 + \int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx < 1\frac{1}{2}$

1 < $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3} < 2$ $a=4$ μ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} < 2$

מחלקת המדעים והטכניקה
 המחלקה ללימודי מדעים
 המחלקה ללימודי מדעים
 המחלקה ללימודי מדעים
 המחלקה ללימודי מדעים

4
2

רשימה

היחסים בין הפונקציה והנגזרת שלה
 \rightarrow נגזרת של פונקציה

~~$f(x) = (x-a)$~~

$x=0$
 $P(x) = a_0 x$

$P(x) = a_0 x$

היחסים בין הפונקציה והנגזרת שלה

$P(x) = (x-a_1)(x-a_2) \dots (x-a_n)$

$P(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$

a_0, a_1, \dots, a_n

$a_0 + (a_1 x + \dots + a_n x^n)$

$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$

$P'(x) = a_1 + 2a_2 x + \dots + n a_n x^{n-1}$

$f(0) = f(1)$

$g(x) = f(x) - f(x + \frac{1}{3})$

$g(0) = f(0) - f(\frac{1}{3})$

$f(\frac{2}{3}) = f(\frac{2}{3}) - f(1)$

$f(x) = f(1) - f$

$f(x) =$

$f(x) =$

$f(0) = f(\frac{1}{3})$

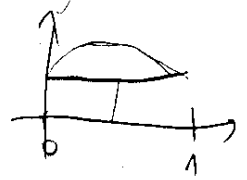
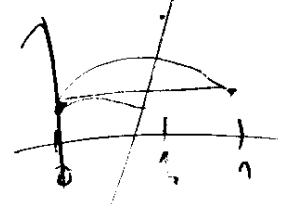
$f(1) = f(\frac{1}{3})$

$x(x-1) = x^2 - x$

$x^2 - x = x^2 - x$

x^2

$f(x) = f(\frac{1}{3})$



4
2

~~ניתן כי נתון הפולינום הנ"ל~~

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$P'(x) = a_1 + 2a_2x + \dots + na_nx^{n-1}$$

~~הצורה הנכונה היא~~

~~ניתן כי הנתון הוא למעשה x_1, \dots, x_{n-1} וק' למעשה x_1, \dots, x_{n-1}~~

3

ניתן כי קיים n שורשים ממלה n .

~~ניתן כי הפולינום מתחלק ל- $n+1$ גורמים ליניאריים~~

~~כלומר ניתן להציג אותו כ-~~

$$P(x) = (x-a_1)(x-a_2)\dots(x-a_n)$$

~~הפולינום מתחלק לגורמים a_1, \dots, a_{n+1}~~

ניתן כי $P(x)$ פולינום ממלה n .

ניתן כי הפולינום מתחלק ל- n גורמים ליניאריים a_1, \dots, a_n

כלומר ניתן להציג אותו כ-

$$P(x) = (x-a_1)(x-a_2)\dots(x-a_n)$$

a_1, \dots, a_n הם שורשי הפולינום הנ"ל

$$P(a_{n+1}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$P(a_{n+1}) = (a_{n+1}-a_1)(a_{n+1}-a_2)\dots(a_{n+1}-a_n)$$

ברור כי אם a_{n+1} אינו שווה לאחד מהגורמים a_1, \dots, a_n אז $P(a_{n+1}) \neq 0$

$$P(a_{n+1}) \neq 0 \Leftrightarrow$$

כונה. (ל' 0/10)

0/1/1/1

$$\left| \frac{2h+1}{h^3+5h^2+3} \right| = \frac{2+\frac{1}{h}}{h^2}$$

$$f=0$$
$$g=-\frac{1}{x}$$

$$\frac{2h+1}{h^3+5h^2+3}$$

$$\frac{1}{h^3+5h^2+3h} < \frac{1}{h^2}$$

$$f'=0$$
$$g'=\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{2h+1}{2h+3}$$

$$\frac{2h+3}{h^3+3h^2+3h+1+5h^2+10h+5+3}$$

$$\frac{h^3+5h^2+3}{2h+1} =$$

$$\int x^{-3} dx =$$

$$\frac{(2h+3)(h^3+5h^2+3)}{(h^3+8h^2+13h+9)(2h+1)} =$$

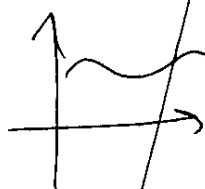
$$\frac{x^{-2}}{-2} = \frac{1}{-2x}$$
$$\frac{2h^4 + \dots}{2h^4 + \dots} = 1$$

מיד 0

$$\frac{2h+1}{3h} =$$

$$\frac{3h}{h^3+5h^2+3}$$

$$p(x) = x$$



$$h = f - g > 0$$

$$h' = f' - g' > 0$$

$$h_{crit} = \frac{1}{x^2}$$

$$hx = \frac{x^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x}$$

$f' < g'$
 $ax \rightarrow x$

$$f' - g' < 0$$

$$h'(x) < 0$$



$$g' = \frac{1}{x^2}$$

$$f'(=0)$$

$$f=0$$

$$g(x) = -\frac{1}{x}$$

$$\frac{2h}{3h^3} <$$

1116

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = x + x^2 \sin \frac{1}{x^3} = 0 + 0$$

$\frac{a_n}{b_n} \rightarrow 0$
 $\frac{2h}{3h^3} <$
 $\frac{2(h+1)+1}{h^3+3h^2+3h+1+5h^2+10h+5+3} = \frac{2h+3}{h^3+8h^2+13h+4}$

$$\frac{2h+3}{h^3+8h^2+13h+4} \cdot \frac{1^3+5h^2+3}{2h+1} = \frac{2h+3}{h^3+8h^2+13h+4} \cdot \frac{h^2+5h+3}{2h+1}$$

$$f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \frac{h + h^2 \sin \frac{1}{h^3} - 0}{h}$$

max b_n or k
 $< \frac{2h+1}{3h^3} <$
 $\frac{2h}{3h^3} <$

$$f(h) - f(0) = \frac{h + h^2 \sin \frac{1}{h^3} - 0}{h}$$

$$\frac{2h^4}{2h^4} <$$

$$\frac{2h+1}{h^3+5h^2+3} \cdot \frac{h^2+5h+3}{2h} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2h+1}{2h^3+5h^2+3}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = 0 - 0$$

$$\frac{2}{3h} <$$

**הוראות לנבחנים ולנבחנות (נכתבו בלשון זכר אך נועדו לשני המינים)
לפני התחלת הבחינה מלא את כל הפרטים הבאים בכתב ברור וקרא בעיון את ההוראות:**

1. הנך נדרש לשמור על טוהר הבחינה ועל עבודה עצמית ולהישמע להוראות המשגיחים ולנוהלי האוניברסיטה. אין להעתיק, אין לדבר ואין להעביר חומר בין הנבחנים.

נבחן הנוהג בניגוד להוראות צפוי להפסקת בחינתו ולהעמדה לדין משמעתי.

2. על הנבחן להבחן בחדר שבו הוא רשום.

3. אין להחזיק **טלפונים ניידים** או אמצעי תקשורת ומכשירים אלקטרוניים כלשהם בזמן הבחינה. על הנבחן להניח את כל חפציו האישיים בצד החדר הרחק ממקום מושבו.

4. אין להחזיק בהישג יד, בחדר הבחינה או בסמוך לו, כל חומר הקשור לבחינה או לקורס פרט לחומר שהשימוש בו הותר בכתב על ידי המורה.

5. קריאת השאלון מותרת רק לאחר קבלת רשות מהמשגיח.

6. נבחן לא יעזוב את מקומו ולא את חדר הבחינה בטרם סיים את הבחינה ללא קבלת רשות מהמשגיח. בעת יציאה מן החדר, יפקיד הנבחן את מחברות הבחינה והשאלון (טופס הבחינה) בידי המשגיח.

7. נבחן שנכנס לחדר הבחינה וקיבל את השאלון לידי, לא יא רשאי לעזוב אותו אלא כעבור חצי שעה לפחות ממועד תחילתה ורק לאחר שיחזיר למשגיח את המחברת ואת **השאלון**, ויקבל ממנו את התעודה המזהה שאותה מסר עם כניסתו לכיתה. נבחן שהחליט לעזוב בלי לכתוב את הבחינה ייחשב כמי שנבחן במועד זה וציונו יהיה "0".

8. אין לכתוב את השם או כל פרט מזהה אחר בתוך המחברת. פרטי הנבחן ימולאו על כריכת המחברת במקום המיועד לכך בלבד.

9. אין לתלוש דפים מהמחברת. טיוטה תיכתב בתוך המחברת בלבד. אין להשתמש בדפים שהביא הנבחן.

10. יש לכתוב את התשובות בעט כחול או שחור, בכתב יד ברור ונקי. בתום הבחינה יחזיר הנבחן את המחברת והשאלון ויקבל מיד המשגיח את התעודה המזהה.

11. אין לכתוב מעבר לקו האדום משני צידי הדף.

בהצלחה.

תאריך הבחינה 11/4/08

שם הקורס אינג

שם המורה ד"ר

החוג/המגמה פסיכיאטריה



מס' זיהוי
(העתק מכרטיס הנבחן/התלמיד)
012116462219



לשימוש המורה הבוחן:

הציון _____
המחברת נבדקה ביום _____
חתימת המורה _____

121978



ד(1+C)

$$\frac{2n}{n^3+5n^2+3} < \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3}$$

~~$$\frac{2n}{n^3+5n^2+3}$$~~

$$\sqrt[n]{\frac{2n}{n^3+5n^2+3}}$$

$$\frac{2n+1}{n^3+5n^2+3} < \frac{3n}{n^3+5n^2+3}$$

$$\frac{2n+1}{n^3+5n^2+3}$$

$$3 \frac{1}{n^3+5n^2+3} = 3 \frac{1}{n^2+5n+\frac{3}{n}}$$

$$\frac{n^3+...}{2}$$

$$\frac{2n}{n^3} \cdot \frac{1}{n^3} \quad \text{ולד } \lambda \lambda)$$

$$\frac{2n}{n^3+5n^2+3} <$$

$$n \rightarrow \infty$$

$$\neq \frac{1}{n^2}$$

$$\frac{3n}{n^3+5n^2+3} = 3 \frac{n}{n^3+5n^2+3}$$

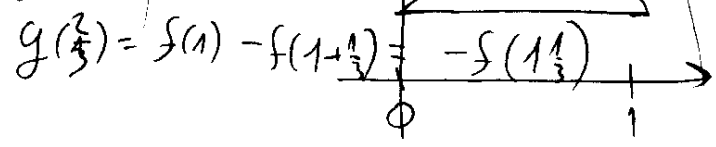
$$4A+ \frac{n+1}{n^3+...}$$

$$g'(x) = f'(x) - f(x)$$

$$\frac{1}{n^3} <$$

$$< \frac{3n}{n^3+5n^2+3} < \left(\frac{n}{n^3+5n^2+3} \right)$$

$$\lim g(x) = f(x) - f(x+\frac{1}{n})$$



ה'ל'ל

$$f(0) = f\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$f(0) > f\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$g(x) = f(x) - f\left(x + \frac{1}{3}\right)$$

$$g(0) = f(0) - f\left(\frac{1}{3}\right) <$$

$$g\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{2}{3}\right) - f(1)$$

$$g(x) = f(x) - f\left(x + \frac{1}{3}\right)$$

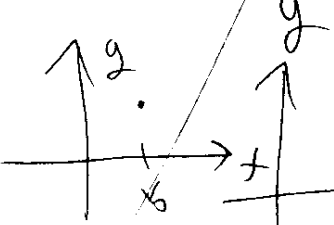
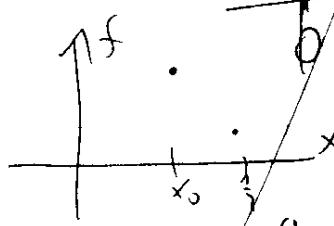
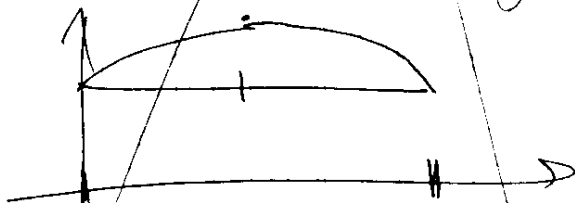
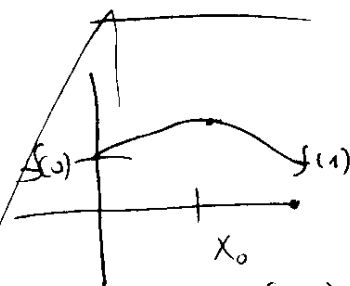
$$g(x_0) = 0$$

$$g(x_0) > 0$$

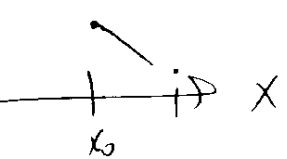
$$f(x_0) - f\left(x_0 + \frac{1}{3}\right) > 0$$

$$g\left(\frac{2}{3}\right) = f(1) - f\left(1 + \frac{1}{3}\right)$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) - f(1)$$



f g g



20/20
2

בקובץ התרגומים (הערות)

$$a_n = \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3}$$

$$\sum (-1)^n a_n = \sum |a_n| =$$

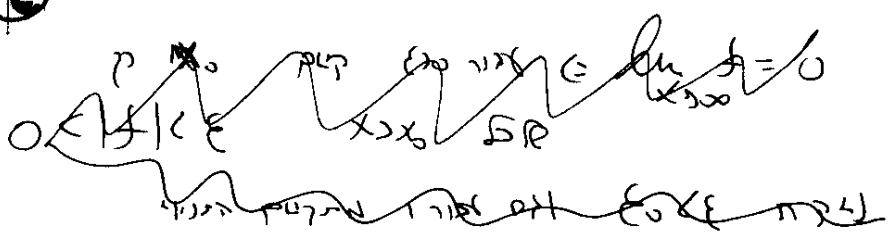
$$= \sum \frac{2n+1}{n^3+5n^2+3} < \sum \frac{3n}{n^3+5n^2+3} = 3 \sum \frac{n}{n^3+5n^2+3} =$$

$$3 \sum \frac{1}{n^2+5n+\frac{3}{n}} < 3 \sum \frac{1}{n^2} \rightarrow$$

הערות: $\frac{1}{n^2}$ מתכנס (קריטריון השוואה)
 $\frac{1}{n^2+5n+\frac{3}{n}} < \frac{1}{n^2}$ (אם $n > 0$)
 מכיוון ש- $\sum \frac{1}{n^2}$ מתכנס, גם $\sum \frac{1}{n^2+5n+\frac{3}{n}}$ מתכנס.
 לכן $\sum |a_n|$ מתכנס, ולפי קריטריון ה- $\sum |a_n|$ מתכנס, גם $\sum (-1)^n a_n$ מתכנס.

5

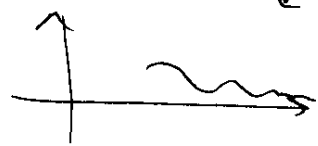
הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin^2(x)$



הפונקציה אינה נכונה (אולי).

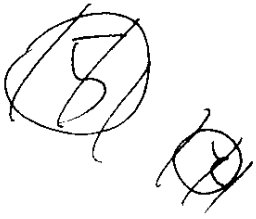
$$f(x) = \begin{cases} f(x) = \frac{1}{x^2} \sin^2(x) & x \neq \pi + 2k\pi \\ f(x) = \frac{1}{x^2} & x = \pi + 2k\pi \end{cases}$$

הפונקציה אינה נכונה (אולי) כי היא אינה מתכנסת.



$$g(0) + g\left(\frac{1}{3}\right) =$$

$$g(0) + g\left(\frac{1}{3}\right) + g\left(\frac{2}{3}\right) = 0$$



~~Handwritten notes and scribbles, possibly related to the problem or a previous solution.~~

פתרון

נתון $g(x) = f(x) - f\left(x + \frac{1}{3}\right)$ ויש לראות כי $g(x) = 0$

$$g(x) = 0 \quad \text{כל } x \in \mathbb{R}$$

~~$f(x) > f\left(x + \frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{3} g(x) > 0$~~

~~אם $f(x) > f\left(x + \frac{1}{3}\right)$ אז $g(x) > 0$~~

אם $f(x) < f\left(x + \frac{1}{3}\right)$ אז $g(x) < 0$

~~$$g(0) = f(0) - f\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$g\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) - f\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$g\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{2}{3}\right) - f(1)$$~~

אם $f(x) > f\left(x + \frac{1}{3}\right)$ אז $g(x) > 0$
 אם $f(x) < f\left(x + \frac{1}{3}\right)$ אז $g(x) < 0$
 לכן $g(x) = 0$ לכל x

$f(1) = f(0) = A$ (מ"מ)

~~אם f היא פונקציה~~

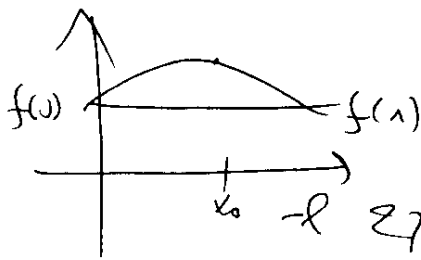
~~אם x_0 היא נקודה שבה $f(x_0) = A$ ו- $0 < x_0 < 1$ אז $g(x) = 0$ ב- x_0~~

$g(x) = f(x) - f(x + \frac{1}{3})$ (מ"מ)

~~אם $x_0 = \frac{1}{3}$ אז $f(x_0) = A$ (מ"מ)~~

~~אם $0 < x_0 < \frac{1}{3}$ אז $g(x_0) = A - A = 0$~~

~~אם $x_0 > \frac{1}{3}$ אז $f(x_0) > A$ (מ"מ)~~
 ~~$g(\frac{1}{3}) = f(\frac{1}{3}) - f(\frac{2}{3}) = A - A = 0$~~



~~$f(x_0) > A$ (מ"מ)~~

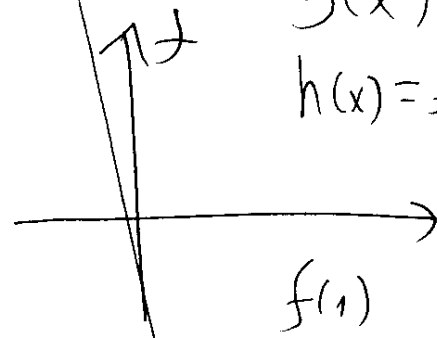
$h'(x)$ ~~$f(x_0) = A$~~

$h = f - g$

~~$f(\frac{1}{3}) > A$~~

$f(x)$
 $h(x) = f(x) - f(1)$

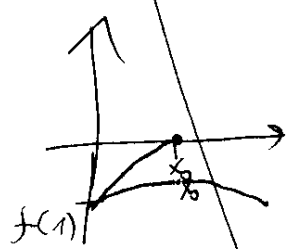
$0 < x_0 < \frac{1}{3}$
 $A < f(x_0) < A$



$h(x_0) = 0$

$h'(x_0) > 0$

$0 < x_0$



$$\int \frac{1}{(e^{x+1})^2} = e^{-2} (e^{x+1}) (e^{x+1})^{-1}$$

cos
 $x \ln(1 + \ln x)$

$$\frac{\ln(1 + \ln x)}{x}$$

/ 0

0 + 0

$$g(x) = f(x + \frac{1}{3}) - f(x) = 1 + 2x \sin \frac{1}{x^3} + x \cos \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^3}$$

1 + 0 - \infty 1 +

g n'')) $\frac{h + h^2 \sin \frac{1}{h^3}}{h} =$

$f(0) = f(\frac{1}{3})$

$f(\frac{1}{3}) = f(\frac{2}{3})$

$f(\frac{2}{3}) = f(1)$

$f(0) < f(\frac{1}{3})$
 x

1 + h sin
~~1 + \frac{1}{3}~~
 $-2(t+1)^{-1} =$
 $-2(1)$
 $\frac{-2}{t+1} =$
 $-2(t+1)^{-1} \cdot t'$
 $-2(e^{x+1})^{-1} \cdot e^x$
 $\frac{-2e^x}{e^{x+1}}$

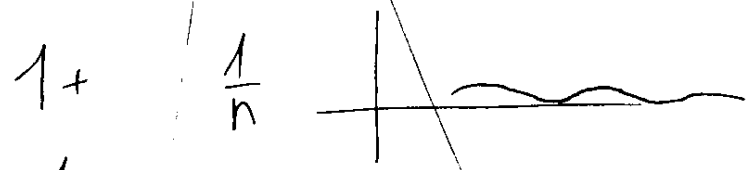
$f(x)$

~~$f(x) > 0$~~
 ~~$0 < f(x) < \epsilon$~~

~~$x > a \quad \forall \epsilon > 0$~~

~~$0 < f(x_1) < \epsilon$~~

~~$f(x_2) < \epsilon \quad x_2 > x_1$~~



~~$\frac{1}{x} = x \cdot \cos(x)$~~

~~$\frac{1}{x} \cos(x)$~~

~~$f'(x) = \frac{1}{x} \cos^2(x) = 0$~~

~~$-\frac{1}{x^2} \cos^2 x + \frac{1}{x} 2 \cos(x) \cdot \sin x$~~

~~$= \frac{1}{x^2} \cos^2 x + \frac{\sin(2x)}{x}$~~