בס"ד

פתרון בוחן לדוגמא - מתמטיקה בדידה למורים

1. **טאוטולוגיה** - פסוק שערך האמת שלו הוא תמיד T נקרא טאוטולוגיה.

איחוד - קבוצות - נניח ש- A, B קבוצות. U - קבוצה אוניברסלית.

$$A\cup B=\{x\in U \mid x\in A \vee x\in B\}$$

משלים של קבוצה - תהי A קבוצה, U - קבוצה אוניברסלית.

$$A^c=\{x\in U \mid x\notin A\}$$

יחס רפלקסיבי - תהי A קבוצה ויהי R יחס על A.
R רפלקסיבי אם לכל $a\in A$ מתקיים: $(a,a)\in R$.

2. נוכיח ש: $A\subseteq B$ וגם $C\subseteq D$ $\Longrightarrow$ $A\setminus D\subseteq B\setminus C$.

הוכחה: נניח ש: $x\in A\setminus D$ ונוכיח ש: $x\in B\setminus C$.

$$x\in A\setminus D$$
(לפי הגדרת הפרש) $\Downarrow$
$$x\in A \wedge x\notin D$$
$\Downarrow$
$$x\in B \wedge x\notin D$$
נתון $A\subseteq B$ לכן:

נתון $C\subseteq D$ לכן אם
$x\in C \Rightarrow x\in D$
לכן:
$x\notin D \Rightarrow x\notin C$

$\Downarrow$
$$x\in B \wedge x\notin C$$
(לפי הגדרת הפרש) $\Downarrow$
$$x\in B\setminus C$$

מש"ל.

1

$(a,b)\in B$
$(c,d)\in B$
$a,b,c,d\in R$

בס"ד

מתמטיקה בדידה - שיעור 5

שאלה ממבחן: אומר: $B\subseteq R\times R$ ⇐ B הם זוגות של איברים $(\overset{\in R}{x},\overset{\in R}{y})$

א. תהי $B\subseteq R^2$ כלשהי. מגדירים יחס S על B ע"י:

$$(a,b)S(c,d) \iff a^2+b^2=c^2+d^2$$

הוכח: S הוא יחס שקילות על B.

ב. עבור $B=\{(1,4),(1,7),(3,4),(4,1),(4,3),(5,0),(5,5),(7,1)\}$
ויחס השקילות S מסעיף א' - מהן מחלקות השקילות?

תשובה:

א. אמרנו ש-xRy זה אומר ש-$(x,y)\in R$.
לכן כאן: $(a,b)S(c,d)$ זה אומר ש: $(\overset{\in B}{(a,b)},\overset{\in B}{(c,d)})\in S$

$$\Updownarrow$$

$$a^2+b^2=c^2+d^2$$

כעת, נוכיח יחס שקילות:

נוכיח רפלקסיביות: נתון: $\forall (a,b)\in B$
צ"ל: $((a,b),(a,b))\in S$
זה מתקיים כיוון ש: $a^2+b^2=a^2+b^2$

סימטריות: נתון: $((a,b),(c,d))\in S$
צ"ל: $((c,d),(a,b))\in S$

הוכחה:

$$((a,b),(c,d))\in S$$
$$\Updownarrow$$
$$a^2+b^2=c^2+d^2$$
$$\Updownarrow$$
$$c^2+d^2=a^2+b^2$$
$$\Updownarrow$$
$$((c,d),(a,b))\in S$$

טרנזיטיביות: נתון: $((a,b),(c,d))\in S$
$((c,d),(x,y))\in S$
צ"ל: $((a,b),(x,y))\in S$

הוכחה:

$$((a,b),(c,d))\in S \implies a^2+b^2=c^2+d^2$$
$$((c,d),(x,y))\in S \implies c^2+d^2=x^2+y^2$$
$$a^2+b^2 \overset{\Downarrow}{=} x^2+y^2$$
$$\Downarrow$$
$$((a,b),(x,y))\in S$$

מש"ל-א'.

②

דוג'

ד. מחלקות השקילות הן:

$1^2+4^2=17$

$[(1,4)] = \{(4,1)\ ,(1,4)\}$

$1^2+7^2=50$

$[(1,7)] = \{(7,1)\ ,(5,5)\ ,(1,7)\}$

$[(3,4)] = \{(4,3)\ ,(5,0)\ ,(3,4)\}$

$3^2+4^2=25$