

דף תרגילים 4

תרגיל 1 מיצאו פרמטריזציה $\gamma(t)$ לקטע הקו הישר המתחיל בנקודה $(1, 2)$ ומסתיים בנקודה $(3, 4)$. מיצאו את הוקטור $\gamma'(t)$ ואת אורכו בכל נקודה.

תרגיל 2 מיצאו פרמטריזציה $\gamma(t)$ למעגל היחידה. מיצאו את הוקטור $\gamma'(t)$ בכל נקודה, והראו כי הוא תמיד מאונך לוקטור הפיקוס $\gamma(t)$.

תרגיל 3 מיצאו פרמטריזציה עבור העקומות המוגדרות ע"י המשוואות הבאות:

1. האליפסה $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

2. ההיפרבולה $y^2 - x^2 = 1$ [רמז: $\frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1$]

תרגיל 4 מיצאו משוואה סתומה $F(x, y) = 0$ עבור הפרמטריזציות של העקומות הבאות:

1. $\alpha(t) = (\cos^2 t, \sin^2 t)$

2. $\alpha(t) = (e^t, t^2)$

תרגיל 5 מיצאו את $\alpha'(t)$ עבור הפרמטריזציות $\alpha(t)$ מהתרגיל הקודם.

תרגיל 6 יהיו $f(u^1, u^2) = (u^1)^3 + (u^2)^3$, $\alpha(t) = (\cos t, \sin^2 t)$. חשבו את $\frac{d}{dt}|_{t=\frac{\pi}{2}}(f \circ \alpha)$ בשתי דרכים: ע"י כלל השרשרת, וע"י חישוב ישיר.

תרגיל 7 מיצאו וסווגו נקודות קריטיות של $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$.

תרגיל 8 עבור כל אחת מהפונקציות הבאות, סווגו את הנקודה הקריטית הנתונה, כלומר קיבעו האם היא מינימום מקומי, מקסימום מקומי, או נקודת אוקף:

1. $f(x, y) = 3x^2 - xy + y^2$ בנקודה $p = (0, 0)$.

2. $f(x, y) = \sin x + y^3 + 3xy + 2x - 3y$ בנקודה $p = (0, -1)$.

תרגיל 9 הראו שאין נקודות במישור הפקיימות את המשוואה $3x^2 + 2xy + 3y^2 + 2x - 6y + 12.5 = 0$.

תרגיל 10 נתונה המשוואה הריבועית $4x^2 - 24xy - 6y^2 + 4x - 12y + 1 = 0$. הראו שהמשוואה מתארת שני ישרים נחתכים, מצאו את נקודת החיתוך ואת הזווית בין שני הישרים.

תרגיל 11 תהי $(b_{ij}) \in M_{n,n}$ מוגדרת ע"י $b_{ij} = i^2 + 2j$. מיצאו את $b_{\{ij\}}$ ו- $b_{[ij]}$.