תרגיל 2- פונקציות מרוכבות

1. הוכיחו כי אם f גזירה ב- z_0 אז היא רציפה ב- z_0.

2. הראו לפי הגדרה שהפונקציה $f(z) = Re(z)$ אינה גזירה בשום מקום. (כלומר, לכל $z_0 \in C$ הניגזרת $f'(z_0)$ לא קיימת).

3. מצאו את כל הנקודות שבהן הפונקציות הבאות גזירות/אנליטיות:

   א. $f(z) = x + iy^3$.
   ב. $f(z) = z + Re(z)$.
   ג. $f(z) = x^3 + y^5$.
   ד. $f(z) = (z-1)\big(Re(z)\big)^2$.

4. תהי $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ פונקציה גזירה בתחום D וכן $f(z)$ מקיימת את התנאי $\mathrm{Re}\big(f(z)\big)^2 = \mathrm{Im}\big(\mathrm{f(z)}\big)$ ב-D . הוכיחו כי $f(z)$ קבועה ב- D.

5. תהי $u: R \to R$ פונקציה גזירה ברציפות ונגדיר $f: C \to C$ לפי

$$f(z) = u(x+y) - iu(x-y).$$

הוכיחו כי f גזירה על הציר הממשי (ציר x).