

מתמטיקה לכימאים תרגיל 4

עוזי חרוש ועולא אמארה

תרגיל 1. עבור הפונקציות הבאות, מצא את פונקצית הגבול, תחום התכנסות וקבע האם ההתכנסות בתחום ההתכנסות היא התכנסות נקודתית או במ"ש

$$f_n(x) = \frac{\cos(nx)}{1+x^2+n^2} \quad .1$$

$$f_n(x) = \cos^{2n}(x) \quad .2$$

$$f_n(x) = x^n(1-x^n) \quad .3$$

$$f_n(x) = \frac{\sin(nx)\cos((n+1)x)}{n} \quad .4$$

$$f_n(x) = \frac{2x}{1+n^2x^2} \quad .5$$

$$f_n(x) = 4 - x^n \quad .6$$

תרגיל 2. בדוק האם ישנה התכנסות במ"ש של הסדרות הבאות התחום הנתון

$$0 \leq x < \frac{1}{2} \quad f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^n} \quad .1$$

$$2 \leq x \leq 4 \quad f_n(x) = \frac{1}{1+x^n} \quad .2$$

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \quad f_n(x) = \sin^n(x) \quad .3$$

תרגיל 3. מצא את תחום ההתכנסות של $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n^{-\frac{1}{\ln(x)}}$

תרגיל 4. האם הטורים הבאים מתכנסים במ"ש

$$x \text{ כל } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(nx)}{n^3} \quad .1$$

$$x \text{ כל } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2+n^2+1} \quad .2$$

$$x \text{ כל } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(nx)}{\sqrt[5]{x^8+n^8}} \quad .3$$

תרגיל 5. מצא את תחום ההתכנסות של טורי החזקות הבאות:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n!} \quad .1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n \quad .2$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!} x^n \quad .3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)(n+2)} \quad .4$$

בהצלחה!!