

6 (עמ')

הצגה (1) $(\Omega, \mathcal{S}, \mu)$ מדידה

נתון f פונקציה מדידה חיובית על \mathcal{S} ו- \mathcal{A}_n סדרה עולה של קבוצות מדידות:

$$\mathcal{A}_1 \supset \mathcal{A}_2 \supset \dots \quad \{ \mathcal{A}_n \}_{n=1}^{\infty}$$

$$A := \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \quad (\text{הקטן})$$

השאלה היא:

$$\int_{A_n} f d\mu \xrightarrow{?} \int_A f d\mu$$

(2) נשאלת האם $\int_{A_n} f d\mu \rightarrow \int_A f d\mu$ עבור פונקציה מדידה חיובית f .

$$f: \mathbb{R} \rightarrow (0,1] \quad f(x) := \begin{cases} \frac{1}{q} & x = \frac{p}{q}, x \in \mathbb{Q} \text{ ו-} p, q \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{אחרת} \end{cases}$$

עבור $[a,b]$.

(3) נתונה סדרה $\{f_n\}$ של פונקציות מדידות חיוביות על Ω ו- f פונקציה מדידה חיובית:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\Omega} f_n d\mu = \int_{\Omega} f d\mu$$

השאלה היא: האם $f_n \rightarrow f$ בנקודה כלשהי?