

סדרות ובעיות מילוליות 1

(1) מספרים הבאים יוצרים סדרה חשבונית :

$$\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{b+c}$$

האם נכון, שמספרים

$$a^2, b^2, c^2$$

גם הם יוצרים סדרה חשבונית?

(2) נתונות שתי סדרות חשבוניות :

$$\begin{array}{l} \text{המקיימות:} \\ a_1, a_2, \dots, a_n, \\ b_1, b_2, \dots, b_n. \end{array}$$

$$b_2 = \frac{a_6 + a_7}{2}, b_1 = \frac{a_2 + a_3}{2}. \quad \text{הראה שלכול } n \text{ טבעי מתקיים:}$$

$$b_n = \frac{a_{4n-2} + a_{4n-1}}{2} \quad (\text{א})$$

$$4(b_1 + b_2 + \dots + b_n) = a_1 + a_2 + \dots + a_{4n} \quad (\text{ב})$$

(3) הולך רגל יוצא כל בוקר להליכה לאורך מסלול שאורכו הכולל 24 ק"מ. הוא יוצא מביתו לכיוון מזרח והולך מ ק"מ. אחר כך הוא פונה צפונה והולך 45 דקות. לאחר מכן הוא חוזר לביתו בדרך הקצרה ביותר. בדרכו חזרה הוא הולך 30 דקות פחות מהזמן שבו הוא הולך בשני הכיוונים ביחד, מזרחה וצפונה. בכל קטעי הדרך הוא הולך באותה מהירות קבועה.
חשב את m.

(4) נתונה סדרה הנדסית אין סופית שהמנה שלה היא

$$4q^2, \left(0 < q < \frac{1}{2}\right).$$

בין כל שני איברים בסדרה הנתונה הכניסו איבר נוסף ונוצרה סדרה הנדסית חדשה שכל איבריה חיוביים.

(א) הבא באמצעות q את מנת הסדרה החדשה.

(ב) נתון שסכום הסדרה החדשה גדול פי $48q^2$ מסכום הסדרה הנתונה. חשב את q.

(ג) עבור הערך של q שמצאת בסעיף ב', חשב בסדרה החדשה את היחס בין האיבר במקום הראשון ובין סכום האיברים שאחרי האיבר הראשון.