

מועד א' בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2

קורס מס' 83114 תשע"ח, סמסטר ב', מועד א'

מרצה: ד"ר רוני ביתן, מתרגלים: אלעד עטייא, אמונה ליפסקר, יפעת מועדים לשמחה, עקיבה מלכה.
משך הבחינה: שלוש שעות, חומר עזר מותר: דף נוסחאות מצורף + מחשבון פשוט, משקל כל שאלה: 25 נקודות.

ענו על ארבע שאלות מתוך חמש. נמקו את צעדיכם !

שאלה 1: יהא הטור: $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n}}{2n-1}$.

א. קבעו היכן הטור מתכנס בהחלט / בתנאי / במידה שווה (10 נק'),

ב. תארו את $f(x)$ בצורה מפורשת (15 נק').

שאלה 2: תהא $f(x, y)$ פונקציה דיפרנציאבילית בנקודה a ווקטור יחידה $\hat{h} = (h_1, h_2)$

כך ש: $\frac{\partial f}{\partial \hat{h}}(a) = \frac{\partial f}{\partial \hat{h}^\perp}(a) = k$ (הנגזרות המכוונות ב- a בכיוונים המאונכים).

א. בטאו את ∇f_a באמצעות הקבועים h_1, h_2, k (15 נק').

ב. חשבו את $\|\nabla f_a\|$ והציעו פרשנות לתוצאה שקיבלתם (10 נק').

שאלה 3: עבור המשוואה: $y^2 + 2xy = 2x - 4x^2$

א. הראו שהיא מגדירה פונקציה $y = f(x)$ מקומית בסביבה של כל נקודה בה $y \neq -x$ (5 נק').

ב. מצאו וסווגו את נקודות הקיצון המקומי של הפונקציה $y = f(x)$ מסעיף א' (20 נק').

שאלה 4: חרוט כללי בעל חתך מעגלי נתון ע"י המשוואה: $z = \frac{1}{a} \sqrt{x^2 + y^2}$.

א. הראו כיצד חרוט זה ניתן לתיאור בקורדינטות כדוריות ע"י $\varphi = k$ ובטאו את הקבוע k ע"י a (5 נק').

ב. בטאו את שטח הפנים של החרוט אם הוא חסום ע"י המישור $z = b$ באמצעות הקבועים a, b (10 נק').

ג. בטאו את הנפח הכלוא ע"י החרוט והמישור $z = b$ באמצעות הקבועים a, b (10 נק').

שאלה 5:

חשבו את מסת הגוף החסום ע"י הפרבולואיד $z = \frac{1-x^2-y^2}{2}$ והמישור $z = 0$ עם פונקציית צפיפות $\rho = \frac{1}{\sqrt{1-z}}$ (25 נק')

(הדרכה: יש שתי דרכים לפתור, מספיק אחת, אך תוכלו להיעזר בדרך השניה כדי לוודא את נכונותה של הראשונה).

בהצלחה !