

תרגיל 5

1. חשבו את האינטגרלים המסוימים הבאים:

$$\int_0^{0.5} \arccos x \, dx.$$

$$\int_0^{\pi} |\sin x - \cos x| \, dx.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos x + 2\sin x + 3}.$$

2. תהי $f(x)$ בעלת נגזרת רציפה ב- $[0, 2\pi]$. הוכיחו כי: $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) \, dx = 0$ (רמז: היזכרו במשפט מאינפי 1 על פונקציות רציפות).

3. ישר $ax = y$ משיק לפונקציה $e^x = y$. מצאו את השטח המוגבל ע"י הגרפים של שתי הפונקציות וציר ה- y .

4. חשבו את השטח המוגבל בין הפונקציות: $f(x) = x^4 + 2x^2$, $g(x) = 28 - x^2$.

5. חשבו את אורך העוקמה: $x = -1 - \sqrt{3}$, $x = 7 - \sqrt{3}$, $y = \sqrt{4 - x^2}$.

6. הוכיחו כי אורך העוקם של גרף הפונקציה $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ שווה לשטח הכלוא בין העוקם, ציר ה- x והישרים $x = a$, $x = b$.