

תרגיל 9

1. יהי R חוג gcd . הוכיחו: $(a^2, b^2) \sim 1 \iff (a, b) \sim 1$.

2. בחוג gcd , לכל 3 איברים מתקיים: $(a, (b, c)) \sim ((a, b), c)$.

3. הוכיחו: כל תחום פריקות יחידה הוא חוג gcd .

4. הגדרה: יהי R חוג, ו $a, b \in R$. נגיד ש m הוא כפולה משותפת מינימלית של a, b (כמ"מ), lcm אם $a, b | m$, ולכל c כך ש $a, b | c$ מתקיים: $m | c$. הוכיחו: m הוא כמ"מ של a, b אם ורק אם $Ra \cap Rb = Rm$.

5. אם $[a, b] = m$ קיים אז (a, b) קיים והוא שווה ל $\frac{ab}{m}$.

6. טענה: יהי R חוג gcd . אז $\frac{ab}{(a, b)}$ הוא כמ"מ.

7. אם $[b, c]$ קיים אז לכל $a \neq 0$, $[ab, ac]$ קיים ושווה ל $a[b, c]$.