

# לוגיקה – פתרון תרגיל 13

הוכיחו את הטענות הבאים:

**א.**

1.  $(x)(Kx \rightarrow \sim Lx)$
2.  $(\exists x)(Mx \cdot Lx) \quad / \therefore (\exists x)(Mx \cdot \sim Kx)$
3.  $Mx \cdot Lx \quad 2, EI$
4.  $Kx \rightarrow \sim Lx \quad 1, UI$
5.  $Lx \quad 3, simp$
6.  $Lx \rightarrow \sim Kx \quad 4, trans$
7.  $\sim Kx \quad 5, 6, MP$
8.  $Mx \quad 3, simp$
9.  $Mx \cdot \sim Kx \quad 7, 8, conj$
10.  $(\exists x)(Mx \cdot \sim Kx) \quad 9, EG$

**ב.**

1.  $(x)[(Rx \cdot Ax) \rightarrow Tx]$
2.  $Ab$
3.  $(x)(Rx) \quad / \therefore Tb$
3.  $(Rb \cdot Ab) \rightarrow Tb \quad 1, UI$
4.  $Rb \quad 3, UI$
5.  $Rb \cdot Ab \quad 2, 4, conj$
6.  $Tb \quad 3, 5, MP$

**ג.**

1.  $(x)[(Fx \vee Hx) \rightarrow (Gx \cdot Ax)]$
2.  $\sim (x)(Ax \cdot Gx)$  /  $\therefore (\exists x) \sim Hx$
3.  $(\exists x) \sim (Ax \cdot Gx)$  2, *QN*
4.  $\sim (Ab \cdot Gb)$  3, *EI*
5.  $(Fb \vee Hb) \rightarrow (Gb \cdot Ab)$  1, *UI*
6.  $\sim (Fb \vee Hb)$  4, 5, *MT*
7.  $\sim Fb \cdot \sim Hb$  6, *DeM*
8.  $\sim Hb$  7, *simp*
9.  $(\exists x) \sim Hx$  8, *EG*

**.T**

1.  $\sim (\exists x) Fx$  /  $\therefore Fa \rightarrow Ga$
2.  $(x) \sim Fx$  1, *QN*
3.  $\sim Fa$  2, *UI*
4.  $\sim Fa \vee Ga$  3, *Add*
5.  $Fa \rightarrow Ga$  4, *Impl*

**.n**

1.  $(x)[(Ax \cdot Bx) \rightarrow Cx]$
2.  $Aa \cdot Ba$
3.  $\sim Cb$  /  $\therefore \sim (Ab \cdot Bb)$
4.  $(Ab \cdot Bb) \rightarrow Cb$  1, *UI*
5.  $\sim (Ab \cdot Bb)$  3, 4, *MT*.

.1

1.  $(x)(Gx \rightarrow Hx)$
2.  $(\exists x)(Ix \cdot \sim Hx)$
3.  $(x)(\sim Fx \vee Gx)$  /  $\therefore (\exists x)(Ix \cdot \sim Fx)$
4.  $Ia \cdot \sim Ha$                       2, *EI*
5.  $\sim Ha$                               4, *Simp*
6.  $Ga \rightarrow Ha$                       1, *UI*
7.  $\sim Ga$                               5, 6, *MT*
8.  $\sim Fa \vee Ga$                       3, *UI*
9.  $\sim Fa$                               7, 8, *DS*
10.  $Ia$                                   4, *Simp*
11.  $Ia \cdot \sim Fa$                       9, 10, *Conj*
12.  $(\exists x)(Ix \cdot \sim Fx)$               11, *EG*

.1

1.  $(x)[(Bx \cdot Ax) \rightarrow Dx]$
2.  $(\exists x)(Qx \cdot Ax)$
3.  $(x)(\sim Bx \rightarrow \sim Qx)$  /  $\therefore (\exists x)(Dx \cdot Qx)$
4.  $Qa \cdot Aa$                       2, *EI*
5.  $(Ba \cdot Aa) \rightarrow Da$               1, *UI*
6.  $\sim Ba \rightarrow \sim Qa$               3, *UI*
7.  $Qa$                                   4, *Simp*
8.  $Qa \rightarrow Ba$                       6, *Trans*
9.  $Ba$                                   7, 8, *MP*
10.  $Aa$                                   4, *Simp*
11.  $Ba \cdot Aa$                       9, 10, *Conj*
12.  $Da$                                   5, 11, *MP*
13.  $Da \cdot Qa$                       7, 12, *Conj*
14.  $(\exists x)(Dx \cdot Qx)$               13, *EG*

ה.

1.  $(x)[Px \rightarrow (Ax \vee Bx)]$
2.  $(x)[(Bx \vee Cx) \rightarrow Qx] \quad / \therefore (x)[(Px \cdot \sim Ax) \rightarrow Qx]$
3.  $Px \rightarrow (Ax \vee Bx)$  1, UI
4.  $(Bx \vee Cx) \rightarrow Qx$  2, UI
5.  $\sim Px \vee (Ax \vee Bx)$  3, Impl
6.  $(\sim Px \vee Ax) \vee Bx \vee Cx$  5, Add + Assoc
7.  $\sim(\sim Px \vee Ax) \rightarrow (Bx \vee Cx)$  6, Impl
8.  $\sim(\sim Px \vee Ax) \rightarrow Qx$  4, 7, HS
9.  $(Px \cdot \sim Ax) \rightarrow Qx$  8, DeM
10.  $(x)[(Px \cdot \sim Ax) \rightarrow Qx]$  9, UG

### תרגיל אתגר

1.  $(x)[Px \rightarrow (Qx \vee Rx)]$
2.  $(x)[(Sx \cdot Px) \rightarrow \sim Qx] \quad / \therefore (x)(Sx \rightarrow Px) \rightarrow (x)(Sx \rightarrow Rx)$

### פתרון

קיבלתי כמה פתרונות ממש יפים לשאלה הזאת. אז אם יש אנשים שלא אכפת להם שאפרסם את תשובתם – בבקשה שלחו לי את הפתרון ☺