הרצאה XIII- מכניקה

<u>תזכורת</u>: עגלה שאדם שיושב בתוכה וזורק אבן החוצה. נסמן $M_{\text{עגלה}} = M, M_{\text{אבן}} = m_b$. את התנע שאחרי נביע ע"י $P_{\text{final}} = \left(\underbrace{M - m_b}_{\text{עגלה אחרי}}\right)V - Um_b = 0$. ונקבל $V = \frac{m_b}{M - m_b}U$. מבחינתנו, אחרי הזריקה המהירות נשארת קבועה עבור האבן. בשיעור קודם למדנו גם על שני אבנים, אין צורך לחזור על כך בשנית.

נוכיח שהתנע נשמר, ז"א שהסכום שלו הוא אפס, גם לאחר הזריקה השניה.

המשוואה: $P_T^{(2)} = m_bU\left[\frac{1}{m_c - m_b} + \frac{1}{m_c - 2m_b}\right][M_c - 2m_b] - m_bU + m_b\left[-U + \frac{m_b}{m_c - m_b}U\right]$.

חשוב לקחת בחשבון את הכיוון , ולסמן מינוסים כשצריך – בכיוון נגדי לציר הx שהגדרנו.

היום נלמד גם על המתקף *(impulse)* ונסיים את נושא התנע הקווי.

<u>נעבור לתנועת טילים</u>:

הרעיון של טילים מאוד דומה לעגלה, רק שמסות האבנים שנזרקות יהיו קטנות אינפיניטיסמלית. נסמן m_R = מסת הטיל.

ונקבל כי התנע נשמר ולכן $\Delta V[m_R - \Delta m] - \Delta mU = 0$ נעביר אגפים ונקבל $\Delta V = \frac{\Delta mU}{m_R - \Delta m}$. בגלל ש$\Delta m$ קטן אינפיניטיסמילית, נקבל כי $m_R - \Delta m \cong m_R$. ואז $\Delta V = \frac{\Delta m}{m_R}U$, מסת הטיל משתנה לפי הזמן, לכן ניתן לבטות את המסה שלו ע"י $m_R(t)$, ומתקיים $dm_R(t) = -\Delta m$. נציב את המשוואות אחת בתוך השניה ונקבל $dv = -\frac{dm_R}{m_R}U$, נחלא את שתי האגפים בdt, ונקבל $\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{m_r}\frac{dm_R}{dt}U = \frac{d}{dt}[-\ln m_R]U$, נעביר אגף ונקבל $\frac{dt}{dt}[V + U\ln m_R] = 0$, משמע שמתקיים $V + U\ln m_R = constant = V_0 + U\ln m_R\,(0)$, נציב את תנאי ההתחלה על מנת למצוע קבוע זה: נקבל כי מתקיים: $\boldsymbol{V(t) = V_0 + U\ln\frac{m_R(0)}{m_R(t)}}$, יש הקוראים למשוואה זו משוואת הטילים של צונטובסקי, מדען רוסי.

גם ידוע כי $m_R(t \to \infty) = m_R{}^0 - \underbrace{m_f}_{\text{מסת הדלק}}$. נתונים לגבי טיל של האמריקאים $m_R(t \to \infty) = 7.7 \cdot 10^5$

$m_r^0 2.8 \cdot 10^6$. וגם $U = 3 \cdot 10^3\frac{m}{s}$. ניתן להציב ולחשב את המהירות של הטיל בסוף תנועתו.

כעת ניתן לכתוב: $\Delta P = -m_Rg\Delta t$, ומתקיים מהרצאות קודמות $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = -m_Rg\hat{y}$, נקבל: $F\Delta t = \int_{t_0}^{t_1} Fdt$. נקרא לערך זה מתקף – *impulse*. שוב נבצע פיתוח: $\Delta V(m_R - \Delta m) - \Delta mU = -m_Rg\Delta t$, ולכן $\Delta V = \frac{\Delta mU - m_Rg\Delta t}{(m_R - \Delta m)}$. ידוע כי $m_R - \Delta m \cong m_R$ וגם כי $dm_R = -\Delta m$, לכן $\frac{dv}{dt} = -\frac{U}{m_R}\frac{dm_R}{dt} - g = \frac{d}{dt}[-U\ln m_R - gt]$.

נבצע איטגרל, נציב, נחלק (כמו בפעם הקודמת), ונקבל: $V(t) = V_0 + U\ln\frac{m_R(0)}{m_R(t)} - gt$, ההבדל בין משוואה זו לקודמת היא שכאן לקחנו בחשבון את הכח הגרביטציוני שפועל על הטיל. מכאן נמשיך הלאה לנושא הבא.

<u>מתקף</u>:

הגדרה: $j = \int_{t_0}^{t_1} F\,dt$ או $\Delta p = F\Delta t$, כאשר הכח הוא כח ממוצע. מקרה נפוץ הוא כדור שנופל לכיוון הרצפה, וצריך לחשב את זמן המגע שלו עם הרצפה.

דוגמא: נתונה מהירות הכדור *8 m/s*. ומסתו *0.2 kg*. נחשב את הכח אם זמן הפגיעה בקרקע היה 10^{-3}. נקבל כי מתקיים שהכח הוא $F=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{2mv}{\Delta t}=\frac{0.4\cdot 8}{10^{-3}}=3.2\cdot 10^{3}N=1{,}600W$, החישוב אינו מדויק כי הנחנו שהמהירות קבועה, הזנחו את כח המשיכה של גדור הארץ, והתעלמנו מכוחות חיצוניים אחרים.

מפעילים זרנוק של מים על קיר, כמה טיפות יפגעו בקיר בזמן Δt אם נתון שהמרחק בין הטיפות הוא l, הטענה היא שמספט הטיפות מקיים: $N=\frac{v\Delta t}{l}$. אם נציב בתנע נקבל $p_{\Delta t}=\Delta pN=m_d v\frac{v\Delta t}{l}=\frac{m_d}{l}v^2\Delta t$. לכן: $F=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\underbrace{\frac{m_d}{l}}_{constant}v^2=\lambda v^2$

ז״א שהכח קבוע לאורך הזמן.