

## תרגיל בית 11 בשדות ותורת גלואה 88-311 סמסטר א' תשע"ט

**שאלה 1.** תהי  $E/F$  הרחבת גלואה שהיא ריבועית חוזרת, ויהי שדה ביניים  $K$ . הוכיחו כי גם  $K/F$  ריבועית חוזרת.

**שאלה 2.** בדקו האם ניתן לבנות את המספרים הבאים בעזרת סרגל ומחוגה.

א.  $e^{2\pi i/15}$ .

ב.  $\sqrt[5]{3}$ .

ג.  $\sqrt[n]{2}$  כתלות ב- $n \in \mathbb{N}$ .

**שאלה 3.** האם ניתן לחלק זזית לחמש בעזרת סרגל ומחוגה?

**שאלה 4.** מצאו שדות ביניים של ההרחבה  $\mathbb{Q}[\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}, \sqrt[5]{2}]/\mathbb{Q}$  כך שהרחבות הביניים הן רדיקליות.

**שאלה 5.** יהי שדה  $F$  המכיל את שורשי היחידה (לפחות) עד סדר  $n$ . הוכיחו כי פולינום  $f(x) \in F[x]$  ניתן לפתרון על ידי רדיקלים מעל  $F$  אם ורק אם  $f(x^n)$  ניתן לפתרון על ידי רדיקלים מעל  $F$ .

**שאלה 6.** בדקו האם הפולינומים הבאים ניתנים לפתרון על ידי רדיקלים:

א.  $f(x) = x^5 - 4x + 2 \in \mathbb{Q}[x]$ .

ב.  $g(x) = x^6 + 2x^3 + 6i \in \mathbb{Q}[i][x]$ .

ג.  $h(x) \in \mathbb{Q}[x]$  עם שדה פיצול  $K$  כך ש- $[K : \mathbb{Q}] = 26$ .  
רשות: מה אם  $[K : \mathbb{Q}] = 88311$ ?

בהצלחה!