

## תורת הקבוצות - תרגיל בית 1

1. יהיו  $(A, <_A), (B, <_B)$  שתי קבוצות זרות סדרות היטב. נגדיר יחס סדר  $<$  על  $A \cup B$  באופן הבא:  
יהיו  $x, y \in A \cup B$ . אם  $x, y \in A$  אז  $x < y \iff x <_A y$  או אם  $x, y \in B$  אז  $x < y \iff x <_B y$ .  
אם  $x \in A, y \in B$  אז  $x < y$  או  $x < y \iff x <_A y$  או  $x < y \iff x <_B y$ .  
הוכיחו שזהו סדר טוב.
2. תהי  $A$  סדורה היטב. נסמן ב- $A^{\mathbb{N}}$  את קבוצת הסדרות האינסופית מעל  $A$ . נגדיר יחס סדר על  $A^{\mathbb{N}}$  באופן הבא:  $(a_1, a_2, \dots) < (b_1, b_2, \dots) \iff a_i < b_i \iff a_i < b_i$  עבור  $i = \min\{j \in \mathbb{N}, a_j \neq b_j\}$ .  
הוכח/הפרך: זהו סדר טוב.
3. תהי  $A$  קבוצה סדורה,  $B \subseteq A$  קופינלית ב- $A$ ,  $C \subseteq B$  קופינלית ב- $B$ . הוכיחו ש- $C$  קופינלית ב- $A$ .
4. יהיו  $A, B$  קבוצות סדורות קווית בנות יותר משני איברים, ויהי  $A \times B$  עם הסדר המילוני הימני. הוכיחו/הפריכו:
  - א. אם  $A$  צפופה אז  $A \times B$  צפופה.
  - ב. אם  $B$  צפופה אז  $A \times B$  צפופה.
5. הוכח/הפרך: יהיו  $A, B$  קבוצות סדורות. אם יש  $f : A \rightarrow B$  שומרת סדר, ו- $g : B \rightarrow A$  שומרת סדר, אז  $A$  ו- $B$  איזומורפיות סדר.