

תרגיל 1

1. נסמן ב- A' את אוסף נקודות ההצטברות של A . יהי $X = \mathbb{R}$. תהי $A = \{\frac{1}{n}\}_{n \in \mathbb{N}}$. מהן A', A'' ?

2. האם הקבוצות הבאות פתוחות? סגורות?

(א) $A = \{(x, y) | y = 0, x \in (0, 1)\}$ ב- \mathbb{R}^2 .

(ב) $B = \{(x, y) | x = y\}$ ב- \mathbb{R}^2 .

(ג) $C = \{(x, y) | x > 0, y < 0, x + y > -1\}$ ב- \mathbb{R}^2 .

3. האם הקבוצות הבאות פתוחות ב- \mathbb{R}^n ? סגורות?

(א) $A = \{(0, 1), (0, 0)\}$

(ב) $B = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1\} \cup \{(0, 1)\}$

(ג) $C = \{(x, y) | x > 0, y < 0\}$

4. יהי X מרחב מטרי ותהיינה A, B קשירות. האם הקבוצות הבאות קשירות?

1. $A \cup B$

2. $A \cap B$

3. $A \setminus B$

5. שרטטו את תחום ההגדרה של פונקציות הבאות:

א. $f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$

ב. $f(x, y) = xe^{-\sqrt{y+2}}$

ג. $f(x, y, z) = \frac{xyz}{x+y+z}$

ד. $f(x, y, z) = z + \ln(1 - x^2 - y^2)$

6. חשבו את הגבולות הבאים או הוכיחו כי לא קיימים:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(y, \frac{(xy)^2}{(xy)^2 + (x-y)^2} \right) \quad \text{ב.} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (4,\pi)} x^2 \sin \frac{y}{x} \quad \text{א.}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} \quad \text{ד.} \quad \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xyz}{x^4 + y^4 + z^4} \quad \text{ג.}$$

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^2 + y^2 + z^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 9} - 3} \quad \text{ה.}$$

תזכורת:

הגדרה תהי $f : (X, d_1) \rightarrow (Y, d_2)$ נאמר שהגבול של f בנקודה a הוא L ונסמן

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$, אם לכל $\varepsilon > 0$ קיים $\delta > 0$ כך שאם $d_1(x, a) < \delta$, אז:

$$d_2(f(x), L) < \varepsilon$$

פונקציה היא רציפה בנקודה אם הגבול בנקודה שווה לערך בנקודה. כלומר:

f רציפה בנקודה a אם לכל $\varepsilon > 0$ קיים $\delta > 0$ כך שאם $d_1(x, a) < \delta$ אז

$$d_2(f(x), f(a)) < \varepsilon$$

7. האם קיים ערך של a עבורו הפונקציה הבאה רציפה בנקודה $(0,0)$?

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ a & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

