

## תרגיל 10 אינפי 3 תשע"ו

4 בינואר 2016

1. תהי  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה המוגדרת על ידי:  $f(x, y) = \left( \frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2} \right)$ . הוכיחו ש- $f$  הפיכה בסביבת כל נקודה פרט לראשית  $(0, 0)$  וחשבו את  $f^{-1}$ .

2. הוכיחו כי הפונקציה  $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$  הפיכה מקומית בסביבת כל נקודה אך לא הפיכה.

3. נסעתי לאמריקה למצוא אפשרויות

אמרו לי אנשים ששם קל יותר לחיות

ארזתי מזוודה, תליתי בה תקוות

עליתי על מטוס, פשוט קצת לנסות

(המלך זצ"ל)

בהנחה שהמזוודה בצורת תיבה ושטח הפנים שלה מינימלי, מהם אורכה, רוחבה וגובהה של המזוודה בהנחה שנפחה  $S$ ?

4. בנמל קטן בחוף של פורטוגל, יש מגדלור גלילי, המתואר על ידי המשוואה  $x^2 + y^2 = 1$ . היכן שהגליל חותך את המישור  $z = x + y$ , במגדלור, היא שם חיכתה לי. מצאו את הנקודה (או נקודות) הקרובה ביותר ואת הנקודה הרחוקה ביותר מהיכן שהיא חיכתה לי אל הראשית  $(0, 0, 0)$ .

5. עכשיו עליי למכור ספינה כדי לממן בניית חומות זהב מסביב למגדלור. מחיר הספינה נקבע על ידי הפונקציה  $P(x, y, z) = y(x + z)$  כאשר  $x, y, z \in \mathbb{R}$ . מצאו מהו טווח

המחירים לספינה תחת האילוצים:

$$x^2 + y^2 = 1, y^2 + z^2 = 4$$

6. **היפר־מישור** ב- $\mathbb{R}^n$  הוא אוסף הנקודות המקיים משוואה מהצורה:

$$C_1x_1 + \dots + C_nx_n + D = 0$$

כאשר  $D \in \mathbb{R}^n$  והמטריצה  $(C_1 \dots C_n)$  היא מדרגה 1.  
תהי  $(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$  נקודה. מצאו את מרחקה מההיפר־מישור.  
תזכורת: המרחק של נקודה  $a$  מקבוצה  $A$  נתון על ידי:

$$\inf \{ \|x - a\| \mid x \in A \}$$