

1. הוכיחו כי לכל  $0 < a < b$  מתקיים  $\frac{b-a}{1+b} < \ln\left(\frac{1+b}{1+a}\right) < \frac{b-a}{1+a}$

2. הוכיחו כי לכל  $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$  מתקיים  $\tan(x) \geq x$

3. תהי  $f(x)$  גזירה בכל הישר הממשי ומקיימת  $f(1) = 0$ , וכן  $f'(x) \neq 0$  לכל  $x \in (0,1)$ . הוכיחו כי קיימת  $c \in (0,1)$  כך ש- $c = \frac{-f(c)}{f'(c)}$

4. הוכיחו כי למשוואה  $2x = \cos(x)$  יש פתרון יחיד

5. מיצאו את מספר הפתרונות של המשוואה  $x^4 + x^2 = 2$  בקטע  $[0,2]$

6. מיצאו את מספר הפתרונות של המשוואה  $e^x = 10x$  בקטע  $[0,10]$

7. תהי  $f(x) = \ln^2(x) - 5\ln(x) + 6$ . הוכיחו כי קיימת נקודה  $c \in [e^2, e^3]$  כך ש- $f'(c) = 0$

8. הוכיחו כי לכל  $0 < y < x$ ,  $\alpha > 1$  מתקיים  $\alpha y^{\alpha-1}(x-y) < x^\alpha - y^\alpha < \alpha x^{\alpha-1}(x-y)$

9. הוכיחו שלכל  $0 < a < b$  מתקיים  $\arctan(b) - \arctan(a) \leq b - a$

10. תהי  $f(x)$  פונקציה גזירה בכל הישר הממשי. נגדיר  $g(x) = f(x) + f(6-x)$ . הוכיחו כי קיים  $x_0$  כך ש- $g'(x_0) = 0$

11. הוכיחו כי  $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{15} < \arcsin(0.6) < \frac{\pi}{6} + \frac{1}{8}$

12. הוכיחו כי  $\cos(x) < \frac{\sin(x)}{x}$  בקטע  $(0, \pi)$

13. תהי  $f(x)$  רציפה ב- $[0,3]$  וגזירה פעמיים ב- $(0,3)$ . נתון  $f(0) = f'(0) = f''(0) = 0$  וכן  $f(2) = 5, f(3) = 8$ . הוכיחו שקיים  $c \in [0,3]$  כך ש- $f''(c) = 1$ .

14. הוכיחו שהפונקציה הבאה גזירה בכל הממשיים, וחשבו את נגזרתה:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

15. האם הפונקציה הבאה רציפה? האם היא גזירה?

$$f(x) = \begin{cases} 4, & x < 1 \\ 4x, & x \geq 1 \end{cases}$$

16. תהי  $f(x)$  פונקציה רציפה. האם הפונקציה הבאה רציפה? האם היא גזירה?

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)\sin^2(x)}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$