

## תרגיל ביתה 8

1. הוכיחו: אם  $A, \Omega \neq \emptyset$   $\sigma$ -אלגברה מעל  $\Omega$ . אזי:

א. הקבוצות  $\emptyset$  ו- $\Omega$  שייכות ל- $A$ .

ב. אם  $\{A_i\}_{i=1}^n \subseteq A$ , אזי  $\sum_{i=1}^n A_i \in A$  וגם  $\prod_{i=1}^n A_i \in A$ .

ג. אם  $A, B \in A$  אזי  $A - B \in A$ .

2. פונקציית הצפיפות של המשתנה המקרי  $X$  היא-

$$f(x) = \begin{cases} cx^n & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

כאשר  $c$  הוא קבוע מסוים. מצאו את -

א.  $c$

ב.  $P(X > x)$  לכל  $0 < x < 1$ .

3. פונקציית הצפיפות של המשתנה המקרי  $X$  היא-

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ונתון ש-  $E(X) = 0.6$ . חשבו את -

א.  $P(X < 1/2)$

ב.  $Var(X)$

4. יהי  $X$  משתנה מקרי רציף בעל פונקציית צפיפות  $f_X$ . מהי פונקציית הצפיפות של  $Y = X^2$ ?

5. פונקציית הצפיפות המשותפת של  $X$  ו- $Y$  היא:

$$f(x, y) = C(y - x)e^{-y}, \quad -y < x < y, \quad 0 < y < \infty$$

א. מצאו את  $C$ .

ב. מצאו את פונקציית הצפיפות השולית של  $X$  ו- $Y$ .

ג. מצאו את  $E(X)$ ,  $E(Y)$ .

6. יהיו  $X$  ו- $Y$  משתנים מקריים רציפים ולהם פונקציית צפיפות משותפת-

$$f(x, y) = \begin{cases} x/5 + cy & 0 < x < 1, 1 < y < 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

א. מהו ערכו של  $c$ ?

ב. האם  $X$  ו- $Y$  בלתי תלויים?

ג. חשבו את  $P(X + Y > 3)$