תרגיל 10 אלגברה לינארית למורים תש"ף

11 ביוני 2020

1. בכל אחד מהסעיפים הבאים נתון מ"ו Vושני תתי מרחבים W_1, W_2. בכל אחד מהסעיפים מצאו בסיס ומימד של $W_1, W_2, W_1 \cap W_2, W_1 + W_2$.

(א) המרחב $V = \mathbb{R}^4$ ותתי המרחבים

$$W_1 = \text{span}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 22 \\ -14 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$$

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \in V \mid \begin{array}{c} a - b - c + d = 0 \\ 3a - 2b + 2d = 0 \end{array} \right\}$$

(ב) המרחב $V = \mathbb{R}_3[x]$ ותתי המרחבים

$$W_1 = \text{span}\left\{ 2 + x^3, 15 + x + x^2 \right\}$$

$$W_2 = \left\{ a + bx + cx^2 + dx^3 \in \mathbb{R}_3[x] \mid \begin{array}{c} a - 5b - 10c - 2d = 0 \\ b - c + d = 0 \end{array} \right\}$$

(ג) המרחב $V = \mathbb{R}^{2\times 2}$ ותתי המרחבים

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} : a, c, d \in \mathbb{R} \right\}$$

.

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2} : \begin{array}{c} a + b - c - d = 0 \\ a - b + c + 3d = 0 \end{array} \right\}$$

2. בסעיף זה - הוכיחו את חלקו העיקרי של המשפט "השלישי חינם" (אפשר להשתמש בכל המשפטים שמופיעים לפני "השלישי חינם" במצגת). יהא V מ"ו ממימד n ותהא B קבוצה עם n וקטורים. הוכיחו כי B בת"ל אמ"מ B פורשת את V.

3. יהא V מ"ו ו W ת"מ. הפריכו את הטענה הבאה: אם B בסיס של V אז קיימת $B \subseteq \hat{B}$ כך ש $\hat{B}$ בסיס של W.