

תרגיל 9 אינפי 3 תשע"ח

1. חשבו את האינטגרלים הבאים באמצעות החלפת משתנים. כדאי להסביר למה הפונקציה שבחרתם אכן חח"ע.

(א) כאשר: $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$
 $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2} \right\}$
 האם זה מפריע?

(ב) כאשר: $\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} dx dy$
 נסו: $u = x + y, v = x - y$. $D = \{1 \leq x + y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0\}$

(ג) כאשר D הוא מעגל היחידה. $\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$

(ד) כאשר: $\iint_D \cos\left(\frac{x-y}{x+y}\right) dx dy$

D חסום על ידי הקווים: $x + y = 1, x = 0, y = 0$

(ה) כאשר: $\iint_D \frac{x+3y}{x^4} e^{\frac{y}{x^3}} dx dy$

$D = \{x^3 \leq y \leq 4x^3, \frac{1}{2} \leq x + y \leq 1\}$

(ו) כאשר: $\iint_D \frac{2x^2 e^{x^2}}{x^2+y^2} dx dy$

$D = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}$

(ז) כאשר: $\iint_D \sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}} dx dy$

$D = \{\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 1\}$

2. חשבו את האינטגרלים הבאים באמצעות החלפת משתנים.

(א) כאשר: $\iiint_D (x + y + z)^2 dx dy dz$

$D = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 3, x^2 + y^2 \leq 2z\}$

(ב) $\iiint_D dx dy dz$ כאשר:

$$D = \{x^2 + y^2 \leq z^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

(ג) $\iiint_D (yz + zx) dx dy dz$ כאשר D נמצא בתומן הראשון ומוגבל על ידי המשטחים:

$$x = 0, z = 0, y = x, x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

3. חשבו את הנפחים הבאים:

(א) נפח החרוט שגובהו H ורדיוס הבסיס R .

(ב) נפח הכדור עם רדיוס R .

(ג) נפח האליפסואיד $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

(ד) הגוף הכלוא בין הפרבולואידים:

$$z = x^2 + y^2, z = 1 - x^2 - y^2$$

(ה) הגוף הכלוא בין החרוט $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ לבין הפרבולואיד $z = 2 - x^2 - y^2$.