תרגיל מספר1 מבנים אלגבריים

4 בנובמבר 2014

קבע לכל אחת מהקבוצות והפעולות הבאות קבע האם היא אגודה/מונאיד/חבורה. במידה שקיימת יחידה שמאלית/ימנית/דו"צ מצא אותה. במידה שמדובר בחבורה מצא את ההופכי של איבר נתון.

1. הקבוצה $G=\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2$ עם הפעולה

$$(a_1,a_2,a_3,a_4)+(b_1,b_2,b_3,b_4)=(a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3,a_4+b_4)$$

כאשר a_i+b_i הוא חיבור מודולו 2.

2. יהא $\mathbb{F}$ שדה. אזי הקבוצה $G=\mathbb{F}^*=\mathbb{F}\backslash\{0\}$ עם הכפל של השדה.

3. המטריצות $G=\left\{\left(\begin{array}{cc} a & b\\ 0 & a\end{array}\right)\,|\,0<a\in\mathbb{R},\,b\in\mathbb{R}\right\}$ עם כפל מטריצות רגיל.

4. הטבעיים $G=\mathbb{N}$ עם פעולה $a*b=a^b$

5. תת קבוצה של הפולינומים $X=\{p(x)\in\mathbb{R}[x]\,|p(1)=0\}$ עם חיבור פולינום רגיל.

6. הטבעיים $G=\mathbb{N}$ עם פעולה מקסימום $a*b=\max\{a,b\}$

7. קטעים פתוחים בקבוצת הממשיים $G=\left\{\,(a,b)\subseteq\mathbb{R}\,|\,a<b,\,a.b\in\mathbb{R}\cup\{\pm\infty\}\,\right\}\cup\{\emptyset\}$ עם פעולת חיתוך קבוצות.

8. תת קבוצה של המטריצות $G=\{\left(\begin{array}{cc} 0 & a\\ 0 & b\end{array}\right)\,|\,a,b\in\mathbb{R}\}$ עם כפל מטריצות רגיל.

9. תת קבוצה של מטריצות משולשיות $G=\left\{\left(\begin{array}{ccc} 0 & a & b\\ 0 & 0 & c\\ 0 & 0 & 0\end{array}\right)\,|\,a,b,c\in\mathbb{R}\right\}$ עם כפל מטריצות רגיל.