

10/07/17

מבחן מועד א' – 88-133 אינפי 2 תשע"ז

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: ד"ר ארז שיינר.

1. קבעו האם הפונקציות הבאות רציפות במ"ש בקטע הנתון

א. בקטע  $(-\infty, \infty)$   $e^{\sin^2(x)}$  .  
ב. בקטע  $(0, \infty)$   $x^3$  .

2. חשבו את הביטויים הבאים:

א.  $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$  .  
ב.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$  .

3.

א. תהי פונקציה  $f$  בעלת טור הפורייה  $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$  .

עוד נניח כי קיים  $c \in \mathbb{R}$  עבורו  $f(x) + c$  היא פונקציה אי זוגית.

הוכיחו כי לכל  $n \geq 1$  מתקיים כי  $a_n = 0$  .

ב. חשבו את טור הפורייה של ההמשך המחזורי של הפונקציה  $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$  .

4. נביט בסדרת הפונקציות  $f_n(x) = \frac{n^2}{n^2 + x^2}$  .

א. האם היא מתכנסת במ"ש ב  $(-\infty, \infty)$  ?

ב. האם לכל  $x \in \mathbb{R}$  מתקיים כי  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^x f_n(t) dt = x$  ?

5. תהיינה שתי פונקציות  $g(x), h(x)$  אינטגרביליות בקטע  $[a, b]$  .

כמו כן הפונקציה  $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in \mathbb{Q} \\ h(x) & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$  אינטגרבילית רימן ב  $[a, b]$  .

א. הוכיחו ש  $\int_a^b g(x) dx = \int_a^b h(x) dx$  .

ב. נתון בנוסף כי  $g, h$  רציפות ב  $[a, b]$  . הוכיחו כי  $h(x) = g(x)$  לכל  $x \in [a, b]$  .