

בוזן בשיטות דיפרנציאליות ואינטגרליות 2: 83-114

הערות :

1. משך הבוזן: 120 דקות.
2. חומר עזר: מחשבון פשוט.

שאלה 1.

בדוק את ההתכנסות של ארבעה מתוך חמישה הטורים הבאים:

$$\text{א. } \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

$$\text{ב. } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n + 4^n}{3^n}$$

$$\text{ג. } \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$$

$$\text{ד. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\ln n}{n}$$

$$\text{ה. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(7/3)^n \cdot n!}{n^n}$$

שאלה 2.

א. פתח לטור חזקות את $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$.

ב. חשב את הביטוי $\int_0^1 \frac{\sin t}{t} dt$ בקירוב של אלפית.

שאלה 3.

א. הוכח שטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{n^2}$ מתכנס במ"ש בתחום $(-\infty, \infty)$.

ב. תהי סדרה של פונקציות $f_n(x) = \left\{ \frac{nx}{1+n+x} \right\}$, $x \geq 0$.

הוכח שסדרה $f_n(x)$ מתכנסת לפונקציה $f(x) = x$ במ"ש בתחום $[0,1]$.

שאלה 4. חשב את רדיוס ההתכנסות של טורי חזקות הבאים וחקור את ההתכנסות בקצוות של תחום ההתכנסות. יש לענות על ארבעה מתוך חמישה סעיפים.

א. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2} \cdot x^n$

ב. $\sum_{n=1}^{\infty} (2)^{n^2} \cdot x^n$

ג. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+100 \sin n} \cdot x^n$

ד. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n$

ה. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2} \cdot x^n$

בהצלחה! 😊