

## פתרון תרגיל 3

19 ביולי 2017

1. פתרונות לשאלה 12 בקישור.
2. פתרון לשאלה 13 בקישור.
3. פתרון לשאלה 15 בקישור (סעיפים 2,3,4,5).
4. לכל פרמטריזציה  $\gamma : I \rightarrow \Gamma$  ולכל חלוקה  $p_0 < \dots < p_n$  של הקטע  $I$  ולכל בחירה של נקודות  $t_i \in [p_{i-1}, p_i]$  כל סכום רימן

$$\sum_{i=1}^n F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1}))$$

מקיים

$$\begin{aligned} \left| \sum_{i=1}^n F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1})) \right| &\leq \sum_{i=1}^n |F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1}))| \\ &\leq \sum_{i=1}^n \|F(\gamma(t_i))\| \|\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1})\| \\ &\leq M \sum_{i=1}^n \|\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1})\| \\ &\leq ML(\Gamma) \end{aligned}$$

האי שוויונות נובעים מאי-שוויון קושי-שוורץ, הגדרת אורך עקומה והנתון. מכיוון ש האיטגרל  $\int_{\Gamma} F \cdot d\gamma$  (במידה וקיים) הוא גבול של סכומים מהצורה

$$\sum_{i=1}^n F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1}))$$

הערך  $|\int_{\Gamma} F \cdot d\gamma|$  הוא גבול של סכומים מהצורה

$$\left| \sum_{i=1}^n F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1})) \right|$$

שכל אחד מהם חסום על ידי  $ML(\Gamma)$  והאי-שוויון נובע.