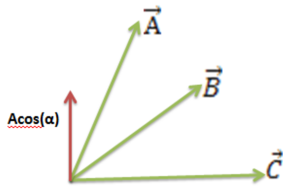
הרצאה II:

<u>תכונות של המכפלה הוקטורית</u>: חוק הפילוג, $\vec{A}\times\vec{B}=\left(A_X\hat{X}+A_Y\hat{Y}+A_Z\hat{Z}\right)\times\left(B_X\hat{X}+B_Y\hat{Y}+B_Z\hat{Z}\right)=\cdots=$ $(A_YB_Z-A_ZB_Y)\hat{X}+(A_ZB_X-A_XB_Z)\hat{Y}+(A_XB_Y-A_YB_X)\hat{Z}$. וקיבלנו נוסחא לחישוב לגודל התוצאה של המכפלה ע"י הרכיבים של כל אחד מהם.

טריק לזכור את הנוסחא: $\begin{matrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{matrix}$. נבצע למטריצה דטרמיננטה, ונקבל את הנוסחא מלמעלה.

במילים אחרות: $\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$. המכפלה הוקטורית מייצגת את השטח של המקבילית המוגדרת ע"י שני הוקטורים.

<u>טענה חשובה</u>: $\vec{A}\cdot\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\vec{B}\cdot\left(\vec{C}\times\vec{A}\right)=\vec{C}\cdot\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)$. אפשר להוכיח זאת ע"י רכיבים. או בדרך גיאומטרית כדלהלן:



כל אחד מהביטויים בטענה מסמלים את אותו הנפח של המקבילון הנפרש ע"י שלושת הוקטורים. הגובה הינו $Acos$, ועי"פ הגדרת כל אחת מהמכפלות נקבל את הדרוש. ההוכחה האלגברית טכנית לחלוטין, וניתן להוכיחה כתרגיל בית. הרבה מהחלקים מתאפסים מאחר והם מאונכים זה לזה..

<u>קינמטיקה</u>:

תחום שבו חוקרים תנועה בלי להתעסק בסיבותיה. נתחיל מתנועה חד ממדית. הגודל הכי חשוב בקינמטיקה הוא ההעתק, נסמן אותו כ$x(t)$. קצב השינוי בהעתק נקרא מהירות, או מהירות ממוצעת שמוגדרת ע"י $V_{Average}=\frac{X_{t(f)}-X_{t_0}}{t_f-t_0}$. אין היא שימושית כל כך בחיים האמיתיים פרט למקרים בה המהירות קבועה. נגדיר כעת מהירות רגעית עבור פרק זמן $(t,t+\epsilon)$ ונקבל את הגדרת המהירות הרגעית בעזרת גבול: $V(t)=\lim_{\epsilon\to 0}\frac{x(t+\epsilon)-x(t)}{\epsilon}$. נבדוק עבור מקרה של תנועה שוות תאוצה. נקבל כי עבור כל זמן ההעתק הוא $x(t)=\frac{1}{2}at^2, x(t+\epsilon)=\frac{1}{2}a(t+\epsilon)^2$, נציב בנוסחא ונקבל: $V(t)=\lim_{\epsilon\to 0}\frac{\frac{1}{2}a(t+\epsilon)^2-\frac{1}{2}at^2}{\epsilon}=at$ לא במפתיע. ניתן לסמן גם $V(t)\equiv\frac{dx}{dt}\equiv\dot{x}$. המסלול של הנסיעה הוא משעמם למדי, קו ישר בלי שום סטיות בין הנקודות. בגרף של העתק כפונקציה של זמן, השיפוע מייצג את המהירות (אם הגרף קבוע) ואם לא אז הוא מייצג את המהירות הממוצעת.

<u>נזכר בכללי הנגזרות</u>:

וכל הכללים שלמדנו בתיכון תקפים גם פה..

פונקציה	נגזרת	נגזרת שניה -תאוצה
$X(t)=c$	$.\ \dot{x}(t)=0$	0
$X(t)=ct+d$	$\dot{x}(t)=c.$	0
$X(t)=0.5at^2$	$\dot{x}(t)=at.$	A
$X(t)=t^n$	$\dot{x}(t)=nx^{n-1}.$	$n(n-1)t^{n-2}$
$X(t)=e^t$	$X(t)=e^t$	e^t
$X(t)=\cos(t)$	$X(t)=-\sin(t)$	$-\cos(t)$
$X(t)=\sin(t)$	$X(t)=\cos(t)$	$-\sin(t)$

דוגמה: $x(t)=t^n=t\cdot t^{n-1}$ ועי"פ כלל המכפלה

בנגזרות נקבל: $\dot{x}(t)=1\cdot t^{n-1}+t\cdot(n-1)\cdot t^{n-2}=n\cdot t^{n-1}$.

דוגמה: $x(t)=e^{-3t}$ ועי"פ כלל השרשרת נקבל כי הנגזרת היא $\dot{x}(t)=-3e^{-3t}$.

דוגמה: $x(t)=\cos\left(at^2\right)$ ונקבל $\dot{x}(t)=-\sin\left(at^2\right)\cdot 2at$.

הנגזרת של ההעתק זה מהירות, ושל המהירות זה תאוצה. $a=\dot{v}=\ddot{x}=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}$.