

① אם f ו- g מתכנסות

$\int_0^{\infty} f(x) dx$ מתכנס $\Rightarrow \int_0^{\infty} g(x) dx$ מתכנס

$\int_0^{\infty} g(x) dx$ מתכנס $\Rightarrow \int_0^{\infty} f(x) dx$ מתכנס

אם $\int_0^{\infty} (f(x)+g(x)) dx$ מתכנס, אז $\int_0^{\infty} f(x) dx$ מתכנס

אם $\int_0^{\infty} (f(x)+g(x)) dx$ מתכנס, אז $\int_0^{\infty} g(x) dx$ מתכנס

דוגמה:

אם $\int_0^{\infty} f(x) dx$ מתכנס, אז $\int_0^{\infty} g(x) dx$ מתכנס

$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t g(x) dx < \infty$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(x) dx < \infty$

$\int_0^{\infty} (f+g) dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (f+g) dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\int_0^t f + \int_0^t g \right] =$

$= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f + \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t g < \infty$

$\int_1^{\infty} \frac{1+x \sin(x)}{x^2} dx = \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx + \int_1^{\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx$

$\left| \frac{1+\sin(x)}{x^2} \right| \geq \left| \frac{x \sin(x)}{x^2} \right| = \left| \frac{\sin(x)}{x} \right| \geq \frac{\sin^2(x)}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} - \frac{\cos(2x)}{x}$

$\frac{1}{2} \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{\cos(2x)}{x} \right) dx = \frac{1}{2} \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx - \frac{1}{2} \int_1^{\infty} \frac{\cos(2x)}{x} dx$

אילונית מילוי פונקציות f, g ② $f(x) = g(x)$

בדומה $\int_1^{\infty} \frac{dx}{f(x)-g(x)}$ $\forall x \in \mathbb{R}$ $f''(x) = g''(x)$

$f'''(x) = g'''(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ פונקציה

$f'(x) = g'(x) + C_1$

$f'(x) = g'(x) = C_1$

$f(x) - g(x) = C_1 x + C_2 \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow C_2 \neq 0$

$\int_1^{\infty} \frac{dx}{f-g} = \int_1^{\infty} \frac{dx}{C_1 x + C_2} = \infty$

$\int_2^{\infty} |f(x)|^2 \Leftrightarrow$ מרחב סופי $\int_2^{\infty} f(x) dx$ פונקציה

$\int_2^{\infty} |f(x)|^2 dx \Leftrightarrow$ מרחב אינסופי $\int_2^{\infty} f(x) dx$ פונקציה

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-2}} & 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & x > 3 \end{cases}$ פונקציה

$\int_2^{\infty} |f(x)|^2 = \int_2^{\infty} \frac{1}{x-2} dx$ מרחב סופי $\int_2^{\infty} |f(x)| dx$ מרחב אינסופי

$\int_2^{\infty} \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}} dx$ מרחב סופי פונקציה