

בוחרן בגיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית

19.05.16 י"א אייר ה'תשע"ו

- מרצה: פרופסור מיכאל כץ. מתרגל: אלעד עטייא.
 - משך הבוחרן: שעה.
 - ענו על כל השאלות. נמקו כל תשובה.
 - כל אחת מהשאלות 1,2,3 שווה 33 נקודות.
1. סווגו את המשטח הריבועי הבא:

$$9x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 12xy + 6xz + 5x - 6y - 3z = 2$$

על ידי הבאתו לצורה קנונית.

2. חשבו את אורכך של העקומות הבאות:

(א) $\alpha(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t)$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 2\pi]$

(ב) $\alpha(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t))$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 2\pi]$

3. נתון המשטח $X: U \rightarrow M$, כאשר $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y > 0\}$, ונתונה המטריקה:

$$(g)_{ij} = \frac{1}{y^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(א) חשבו את אורכך של העקומות $\beta_i = X \circ \alpha_i$ במקרים הבאים:

i. $\alpha_1(t) = (\cos t, \sin t)$ כאשר $t \in [\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$

ii. $\alpha_2(t) = (\cos t, \sin t)$ כאשר $t \in [0, \pi]$

iii. $\alpha_3(t) = (1, t)$ כאשר $t \in [0, 1]$

(ב) חשבו את השטח של $X \circ \Omega$ כאשר:

$$\Omega = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), x^2 + y^2 > 1 \right\}$$

שאלת בונוס

- א. ציירו את העקומות משאלה 2 (נק' 3).
- ב. מצאו הצגה סתומה $F(x, y) = 0$ לעקומה מהסעיף הראשון בשאלה 2 (נק' 3).
- ג. חשבו את סמלי גאמא (מקדמי כריסטופל) של המשטח משאלה 3 (נק' 4).

בהצלחה!