

להלן מקבץ התרגילים אותם פתרנו בכיתה בשני השיעורים האחרונים (לאו דווקא לפי הסדר)

פונקציות צפיפות משותפת של Y, X נתונה על ידי $f(x, y) = c(1 - x - y)$, עבור x, y המקיימים $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$ ו-0 אחרת.

א. מצאו את c .

ב. מצאו את $E(X), E(Y), V(X), V(Y)$.

ג. $E(X|Y = y)$.

יהיו X ו- Y משתנים מקריים רציפים ולהם פונקציות צפיפות משותפת-

$$f(x, y) = \begin{cases} x/5 + cy & 0 < x < 1, 1 < y < 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

כאשר c הוא קבוע.

א. מהו ערכו של c .

ב. האם X ו- Y בלתי תלויים?

ג. חשבו את $P(X+Y > 3)$.

יהי X מ"מ, $X \sim \text{Exp}(\lambda)$. ויהי $Y = \sqrt{X}$. מהי פונקציה הצפיפות של Y ?

יהי X מ"מ, $X \sim U[0, 1]$. ויהי $Y = X^2$. מהי פונקציה הצפיפות של Y ?

יהיו X_1 ו- X_2 מ"מ בלתי תלויים בעלי התפלגות אחידה, $X_1, X_2 \sim U[0, 1]$. נגדיר,

$$f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2)$$

חשבו את $y_2 = x_1 - x_2, y_1 = x_1 + x_2$.

חשבו את השטחים הבאים מתוך טבלת ההתפלגות הנורמאלית הסטנדרטית:

א. $P(-2.07 < Z < 2.07)$

ב. $P(-0.13 < Z < 1.11)$

אם Z משתנה מקרי נורמאלי סטנדרטי, מצא את C :

א. כך ש: $P(Z < C) = 0.95$

ב. כך ש: $P(Z < C) = 0.01$

המכירות של משחת שיניים מסוימת מתפלגות נורמלית, עם תוחלת 10,000 וסטיית תקן של 1,500 שפופרות בשבוע.

א. מה ההסתברות שיותר מ-12,000 שפופרות ימכרו בשבוע?

ב. כמה שפופרות החברה צריכה לייצר כך שבהסתברות של 95% לחברה יהיה מספיק מלאי כדי לכסות את הדרישה השבועית?

אורך חיים של סוללה מתפלג מעריכית עם ממוצע 1000 (דקות). אדם קונה 10 סוללות. מה הסיכוי שיימצא ביניהן 7 סוללות מוצלחות במיוחד, כלומר כאלו שיפעלו מעל לממוצע.

מכונית מוכנסת לטיפול במוסך. נניח שמשך זמן טפול מנוע מתפלג מעריכית עם תוחלת 20 ומשך זמן החלפת צמיגים מתפלג מעריכית עם תוחלת 15. בהנחה ששני הטיפולים ב"ת ומתבצעים בו זמנית, מצא את התפלגות משך השהיה של המכונית במוסך ואת תוחלת זמן השהיה.

נער ונערה קבעו להיפגש בין 5:00 ל-6:00 כך שהראשון שמגיע ממתין לא יותר מ-10 דקות. נניח שהם מגיעים באופן בלתי תלוי. מצאו את ההסתברות המותנית שהם ייפגשו אם נתון שהנער הגיע x דקות אחרי השעה 5:00.

נתון $f_x(x) = 2xe^{-x^2}$, עבור $x > 0$. מצאו את התפלגות $Y = X^2$.

חשבו את הפונקציה יוצרת המומנטים של משתנה מקרי חי-בריבוע עם n דרגות חופש.

השיא במשחה שליחים 4×100 הוא 3 דקות ו-20 שניות. זמן השחיה ל-100 מטר של 4 שחינים המשתתפים במשחה מתפלג נורמלית עם הפרמטרים הנתונים בטבלה (בשניות) :

השחיין	א'	ב'	ג'	ד'
תוחלת	51.8	50.2	51.0	52.1
סטיית תקן	1.2	2.0	1.1	1.3

מהי ההסתברות שהקבוצה תשבור את השיא?

אסטרונום מעוניין למדוד את המרחק (בשנות אור) מתחנת החלל שלו לנוכח מרוחק. הוא מודע לכך, שעקב שינויים בתנאים האטמוספריים ושינויות מדידה אפשריות, תוצאת המדידה לא תניב את המרחק המדויק, אלא קירוב שלו. אי לכך האסטרונום מחייט לבצע סדרת מדידות ואז להשתמש בממוצע הערכים שיתקבלו בהן כא'מדן למקרח המדויק. אם האסטרונום מניח שהתוצאות המתקבלות מן המדידות הן משתנים מקריים ב"ת ושווי התפלגות עם תוחלת d ושונות 4 שנות אור, כמה מדידות עליו לבצע כדי לקבל קירוב מדויק עד כדי ± 0.5 שנות אור בהסתברות של 0.95?