

תרגיל 10 אינפי 1 מדמ"ח תשע"ז

11 בינואר 2017

1. תרגמו את הטענות הבאות לשפת האינפיניטסימלים.

(א) לכל $M > 0$ קיים $\delta > 0$ כך שלכל x המקיים $c - \delta < x < c$, מתקיים:

$$f(x) > M$$

(ב) קיים $M > 0$ כך שלכל $N < 0$ קיים $x < N$ עבורו מתקיים: $f(x) \leq M$

(ג) קיים $\varepsilon > 0$ כך שלכל $\delta > 0$ קיימים $x, y \in I$ המקיימים $|x - y| < \delta$ וגם

$$|f(x) - f(y)| \geq \varepsilon$$

2. השתמשו בשפת ε, δ והוכיחו שמתקיים:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5}{\sqrt{2-x}} = \infty$$

3. קבעו האם הפונקציות הבאות רציפות במידה שווה בתחום הנתון.

(א) $f(x) = x^2$ ב- $(0, \infty)$.

(ב) $f(x) = e^x$ ב- \mathbb{R} .

(ג) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & 0 \leq x \leq 2 \\ 3x & 2 \leq x < 4 \end{cases}$ ב- $[0, 4)$.

(ד) $f(x) = \cos(x^2)$ ב- $[1, \infty)$.

(ה) $f(x) = \ln x$ ב- $(0, 1)$.

(ו) $x^{\sqrt{2}}$ ב- $(0, \infty)$. רמז: לא. זכרו שהרכבת פונקציות רציפות במ"ש היא רציפה במ"ש.

4. השתמשו ב- ε, δ כדי להוכיח שאם $f(x), g(x)$ רציפות במ"ש בקטע I אז גם $f(x) + g(x)$ רציפה במ"ש בקטע I .