

# אינפי 1 - תרגיל בחירה 2 (הקבוצה של ניר)

מבוא לגבול הסידרה

1 בנובמבר 2015

## הנחיות כלליות

- הגשת התרגיל עד 3.11.15 בשעה 23:59 לתיבה שלי (כזכור תא 48), במייל או בשעת התרגול.
- לשאלות, ייעוץ והכוונה ניתן לפנות לכתובת [nir.schwartz1@biu.ac.il](mailto:nir.schwartz1@biu.ac.il).

## הנחיות לתרגילים

- השבוע נראה טענה שנובעת מהגדרת הגבול
  - אע"פ שיש ללמה זה הוכחה בעזרת אריתמטיקה של גבולות וכן בעזרת שימוש בהגדרה למטה המטרה היא שתתרגלו את הגדרת הגבול ולכן **פתרונות שלא יעשו שימוש בהגדרת הגבול (עם  $\varepsilon$  וכד')** לא יקבלו את מלוא הניקוד.
- אם אתם רואים שאינכם מצליחים לאחר פרק זמן מכובד, אל תבזבזו זמן! חזרו על החומר מההרצאה והתרגול לקראת התרגיל הבא המתרגש עלינו שאעלה כבר בשבוע הבא לנוחיותכם.

## 2 תרגול חסמים והגדרת הגבול

### הגדרה

תהי סידרה  $\{a_n\}_n$ . נאמר שסידרה זו תת אדיטיבית אם מתקיים לכל  $n, m \in \mathbb{N}$

$$a_{n+m} \leq a_n + a_m$$

### טענה

תהי סידרה  $\{a_n\}$  תת אדיטיבית אז:

1. גבול הסדרה  $b_n = \frac{a_n}{n}$  קיים במובן הרחב, ז"א  $\exists \lim b_n \in [-\infty, \infty]$ .

2.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \inf \frac{a_n}{n}$$

### הערה

ההוכחה של הטענה משתמשת רק ב  $\epsilon, n_0$  לכן אני מניח שהגבול של  $b_n$  סופי. ההוכחה במקרה  $b_n \rightarrow \pm\infty$  דומה.

GOOD LUCK! 😊

---

<sup>1</sup>אכן, שימו לב שכיוון שלא דרשנו חסימות מלרע של  $\{a_n\}$  יתכן ש  $\inf a_n = -\infty$  כמו לדוגמה במקרה של  $a_n = -(n^2)$ .