

תרגיל (כפל מטריצות)

עבודה: לכפול מטריצות $n \times k$ במטריצות $k \times m$ לוקח nkm עבודה.
נתונות מטריצות A_1, A_2, \dots, A_n עם מימדים $A_i \in \mathbb{R}^{n_{i-1} \times n_i}$.
רוצים לחשב את המכפלה:

$$A_1 A_2 \dots A_n$$

באופן היעיל ביותר.

פתרון

נגדיר $T_{m,k}$ הזמן המינימלי הדרוש לכפול את A_m, \dots, A_k .
אנחנו רוצים את $T_{1,n}$.
מתקיים:

$$T_{m,k} = \min_{m \leq r < k} \{T_{m,r} + T_{r+1,k} + n_{m-1} n_r n_k\}$$

$$T_{k,k} = 0$$

נחשב את $T_{1,1}, T_{2,2}, \dots, T_{n,n}$, מהם נחשב את $T_{1,2}, T_{2,3}, \dots, T_{n-1,n}$. וכו'.

אלגוריתם 4 פתרון התרגיל

לכל $1 \leq i \leq n$

$$T_{i,i} = 0$$

עבור $k = 1, \dots, n-1$

עבור $i = 1, \dots, n-k$

$$T_{i,i+k} = \min_{i \leq r < i+k} \{T_{i,r} + T_{r+1,i+k} + n_{i-1} n_r n_{i+k}\}$$

החזר את $T_{1,n}$

סיבוכיות:

הלולאה הראשונה רצה n פעמים, השנייה $n-k$ באיטרציה k , ומציאת המינימום לוקחת $O(k)$ פעולות בכל איטרציה, לכן סה"כ הסיבוכיות היא $O(n^3)$.

זיכרון:

שומרים את $T_{i,j}$ לכל $1 \leq i \leq j \leq n$ כלומר $O(n^2)$ זיכרון.