

תרגיל 3

14 בנובמבר 2015

1. חשבו את הגבול (או הוכיחו שלא קיים):

$$(א) \left\{ \left(\frac{n^3+4n-5}{n^6+2n^2-3}, n - 7 \left[\frac{n}{7} \right] \right) \right\}_{n=1}^{\infty}$$

$$(ב) \left\{ \left(\sin \left(\frac{1}{n} \right), \frac{n^2}{2^n} \right) \right\}_{n=1}^{\infty}$$

2. חשבו את הגבולות של הפונקציות הבאות (או הוכיחו כי אינם קיימים):

$$(א) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{|x|+|y|} \cos(y^2)$$

$$(ב) \lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \frac{(x^2+y)^2}{x^2+y^2}$$

$$(ג) \lim_{x \rightarrow 2, y \rightarrow 1} \frac{\arcsin(xy-2)}{\arctan(3xy-6)}$$

$$(ד) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}$$

3. האם ניתן להגדיר את הפונקציות הבאות ב $(0,0)$ כך שתהיינה רציפות (אם כן, כיצד?)

$$(א) f(x, y) = x \ln(x^2 + 3y^2)$$

$$(ב) f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$$

4. בדקו את רציפות הפונקציה בנקודה $(1,2)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)(y-2)}{(x-1)^2 + \sin^2(y-2)}, & (x, y) \neq (1, 2) \\ 0, & (x, y) = (1, 2) \end{cases}$$

5. תזכורת: $f(x, y)$ רציפה ב (x_0, y_0) לפי המשתנה x אם $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y_0) = f(x_0, y_0)$ כלומר: אנחנו מקבעים $y = y_0$ ובכל מקבלים פונקציה במשתנה אחד. באופן דומה, $f(x, y)$ רציפה ב (x_0, y_0) לפי המשתנה y אם $\lim_{y \rightarrow y_0} f(x_0, y) = f(x_0, y_0)$

הוכיחו: אם הפונקציה $f(x, y)$ רציפה ב- (x_0, y_0) אזי היא רציפה ב- (x_0, y_0) לפי x ולפי y .

הראו ע"י דוגמא נגדית שההיפך לא בהכרח נכון (כלומר, רציפות בנקודה לפי המשתנה x בנוסף לרציפות בנקודה לפי המשתנה y אינה גוררת רציפות בנקודה).