

מבוא להסתברות וסטטיסטיקה

4 ביולי 2016

תרגיל 11 - רווח בר־סמך ובדיקת השערות

1. כמות המינרלים בקידוחי מים בסביבה מסוימת מתפלגת נורמלית. נתייחס לסדרת קידוחים בנקודות שונות בסביבה זו כמדגם מקרי. ממוצע תכולת המינרלים במים בסדרת 25 קידוחים הוא 248.3 מ"ג לליטר, ומניסויים קודמים ידוע שסטיית התקן היא 15 מ"ג לליטר. מצאו רו"ס לתוחלת תכולת המינרלים ברמת ביטחון של 90%.

2. חוקר ערך ניסוי ובדק את גובהם הממוצע של 16 ילדים. אלו התוצאות שקיבל (במטרים):

1.42 1.50 1.28 1.38 1.43 1.54 1.51 1.49 1.33 1.44 1.29 1.37 1.53 1.32 1.46 1.50

ידוע שסטיית התקן באוכלוסיה היא 10 ס"מ. אם החוקר קיבל את רווח הסמך הבא:

$$1.3724 \leq \mu \leq 1.4765, \text{ מהי רמת הביטחון?}$$

3. משקל של ילדים מתפלג נורמלית עם סטיית תקן 1.25 ק"ג. ידוע שממוצע מדגם בגודל n הוא 52 ק"ג. בונים רווח סמך לתוחלת ברמת בטחון של 95%. מה צריך להיות n ע"מ שאורכו של רווח הסמך יהיה 1?

4. ציונים במבחן מסוים מתפלגים נורמלית. ישנם נתונים לגבי ציונים של 6 סטודנטים שעשו שני מועדים:

מועד א: 46, 55, 59, 38, 40, 51 ;

מועד ב:79, 83, 81, 70, 69, 91 .

בנו רווח סמך להפרש התוחלות עם רמת סמך 90% .

5. חברה לייצור כבלים מייצרת כבלים שכושר נשיאתם מתפלג נורמלית עם תוחלת 50 ק"ג לס"מ. לאחרונה היו תקלות במפעל וחוששים שהכבלים המיוצרים אינם נושאים 50 ק"ג לס"מ, לצורך בדיקה נלקח מדגם של 16 כבלים שיוצרו לאחר התקלות ונבדק כושר נשיאתם, במדגם התקבל כושר נשיאה ממוצע של 48.5 ק"ג לס"מ.

(א) מהי מסקנתך בר"מ 0.01, אם ידוע שסטית התקן של כושר הנשיאה של הכבלים המיוצרים בחברה היא 1.8 ק"ג לס"מ?

(ב) ללא חישוב נוסף, האם ניתן שלא לדחות את ההשערה כי כושר נשיאת הכבלים לא השתנה בר"מ של 10%, ובר"מ של 5%?

6. שני מרצים רוצים לבדוק האם ממוצע ציוני בחינות הקורס בסטטיסטיקה בסמסטר מסויים (מחושב על סמך כל ציוני הבחינות באותו סמסטר) שונה מהממוצע בשנה קודמת (שהיה 70.5). המרצים בחרו מדגם מקרי של 400 מבחנים. ידוע שסטיית התקן של ציוני המבחן היא 10. מרצה ראשון קבע רמת מובהקות של 5 אחוזים בעוד המרצה השני קבע רמת מובהקות של 3 אחוזים. ההשערה של שני המרצים היא שאין הבדל בין הממוצעים בשני הסמסטרים. קבעו לגבי כל אחד מהמרצים, עבור אילו ערכי תוצאות ידחה את ההשערה ועבור אלו לא ידחה אותה.

7. למחלקת התמיכה הטכנית של המשטרה מגיעות שיחות בשני נושאים (תקלות תוכנה ותקלות חומרה) מארבע מחוזות (צפון, דרום, מרכז ושפלה). ביום חמישי האחרון, מספר השיחות בנושא הראשון היה 18,10,14,20, בהתאמה, ומספר השיחות בנושא השני היה 6,16,14,14.

(א) כתוב את ההשערה וההשערה האלטרנטיבית לבדיקת הטענה שבכל המחוזות נתקלים בשני סוגי הבעיות באותה שכיחות. כתוב מהו המשתנה המקרי שאמצעותו אפשר לבדוק את ההשערה (לרבות דרגות חופש), מה ההתפלגות שלו והאם היא נכונה.

(ב) בדוק את ההשערה ברמת מובהקות של 90%.

(ג) לו היית מגלה שכל שיחה נרשמה במוקד פעמיים, בטעות, איך היה הדבר משפיע על המסקנות.