

תרגיל 12

1. א. תנו דוגמא לפונקציה f הגזירה לכל x כך ש- $(f(x))'$ אינה רציפה.

ב. הוכח שאם g גזירה ב x_0 אזי $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x_0+h) - g(x_0-h)}{2h} = g'(x_0)$

ג. מצא דוגמא לפונקציה g שאינה גזירה ב x_0 ובכל זאת קיים גבול (סופי)

לביטוי $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x_0+h) - g(x_0-h)}{2h}$

2. א. תהי f פונקציה רציפה במידה שווה בקטע $[a,b]$ וכן בקטע $[b,c]$. הוכיחו כי הפונקציה

רציפה במידה שווה גם בכל הקטע $[a,c]$.

ב. הוכיחו כי לפונקציה רציפה במידה שווה $\{f(x) - f(y) : |x - y| < \delta\}$ קיים עבור

δ קטן מספיק.

ג. הוכיחו: f רציפה במידה שווה בקטע $\Leftrightarrow \sup\{|f(x) - f(y)| : |x - y| < \delta\} \rightarrow 0$

כאשר $\delta \rightarrow 0$