**תזכורת**

מתקיים: .

**משפט**

תהי מטריצה ריבועית. יהי פולינום מאפס ל - .

אזי לפולינום האופייני מתקיים: .

**הוכחה**

בלי הגבלת הכלליות נניח ש - פולינום מתוקן (ניתן שכן חילוק פולינומים אינו תלוי בסקלר).

נסמן .

נרשום: .

נחפש מטריצה כך שמתקיים: .

נחפש בצורה הבאה: *.*

*ז"א, נקבל את הביטויים למטריצות דרך והמקדמים .*

נשווה את המקדמים לפי החזקות של :

מהמשוואה הראשונה:

מהמשוואה השנייה:

מהמשוואה הלפני אחרונה:

נשאר להראות שהמשוואה האחרונה מתקיימת:

נשתמש בהנחה ש - .

ז"א: .

נכפול משמאל את שני האגפים ב - , ונקבל:

נחבר את המשוואות פרט למשוואה האחרונה, ונקבל:

ז"א:

לכן, גם המשוואה האחרונה מתקיימת.

ז"א, מצאנו מטריצות , כך ש - מקיימת את המשוואה:

.

לכן (נפעיל דטרמיננטה, שהינה פונקציה כפלית):

כלומר (עפ"י הגדרת הפולינום האופייני וחישוב דטרמיננטה של מטריצה משולשית):

ולכן:

**מסקנה**

לכל מטריצה ריבועית מתקיים: .

**מסקנה**

השורשים של הם הערכים העצמיים של .

**הוכחה**

נשלב את שתי העובדות: , וניקח בחשבון שהשורשים של הם הערכים העצמיים של .

נניח שורש של .

נניח שורש של .

**דוגמה**

לא ייתכן שמתקיים , אבל .

**מסקנה**

תהי מטריצה כך שיש לה ערכים עצמיים שונים .

אזי: .

**משפט**

נניח ש - מטריצות ריבועיות דומות. יהי פולינום מאפס ל - .

אזי פולינום מאפס גם ל - .

**הוכחה**

**מסקנה**

למטריצות דומות יש אותו פולינום מינימלי.