

## תרגיל 2

1. הוכיחו באינדוקציה שלכל  $n$  טבעי מתקיים:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. הוכיחו באינדוקציה שלכל  $n$  טבעי מתקיים:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \dots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

3. הוכיחו באינדוקציה שהסכום של  $n$  המספרים האי־זוגיים הראשונים הוא  $n^2$ .

4. הוכיחו באינדוקציה שלכל  $n$  טבעי המספר  $n^3 - n$  מתחלק ב 3.

5. הוכיחו באינדוקציה על  $n$  שלכל  $n > 4$  מתקיים  $2^n > n^2$ .

6. הוכיחו כי לכל  $n$  טבעי,  $5^n - 1$  מתחלק ב 4.

7. נגדיר סדרה בצורה הבאה:  $a_0 = 17$  ולכל  $n \geq 0$ ,  $a_{n+1} = \frac{2a_n^2}{a_n^2 + 1}$ .

(א) הוכיחו שלכל  $n$ ,  $a_n > 1$ .

(ב) הוכיחו שלכל  $n$ ,  $a_n > a_{n+1}$ .

8. נתון הסכום  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ .

(א) חשבו את הסכום עבור כמה ערכי  $n$  קטנים, והעלו השערה לגבי נוסחא כללית לסכום זה.

(ב) הוכיחו את הנוסחא שמצאתם באינדוקציה.